

UNIVERSITE PARIS VII

Philippe GRAFF

THESE DE DOCTORAT D'ETAT
ES SCIENCES PHYSIQUES

**ECHOS IONOSPHERIQUES AUX
FREQUENCES DE PLASMA ET
HYBRIDE HAUTE**

(Etude théorique)

Soutenance le 9 décembre 1971

Jury	:	M. QUEMADA	Président
		M. DELCROIX	
		M. DOUGHERTY	Examineurs
		M. PETIT	

UNIVERSITE PARIS VII

Philippe GRAFF

THESE DE DOCTORAT D'ETAT
ES SCIENCES PHYSIQUES

ECHOS IONOSPHERIQUES
A LA FREQUENCE DE PLASMA
ET A LA FREQUENCE HYBRIDE SUPERIEURE

(Etude théorique)

Soutenance le 9 décembre 1971

Jury	:	M. QUEMADA	Président
		M. DELCROIX	} Examineurs
		M. DOUGHERTY	
		M. PETIT	



A Dominique

... à qui je dois d'avoir trouvé,
au fond de mes nuages, l'entrée du monde réel
où cela vaut la peine de vivre et de mourir.

L. A.

Un livre sans ombre est un non-sens,
et ne mérite pas d'être ouvert. Rien
n'est dangereux comme les belles images.
C'est avec cela qu'on pervertit les esprits

Louis ARAGON

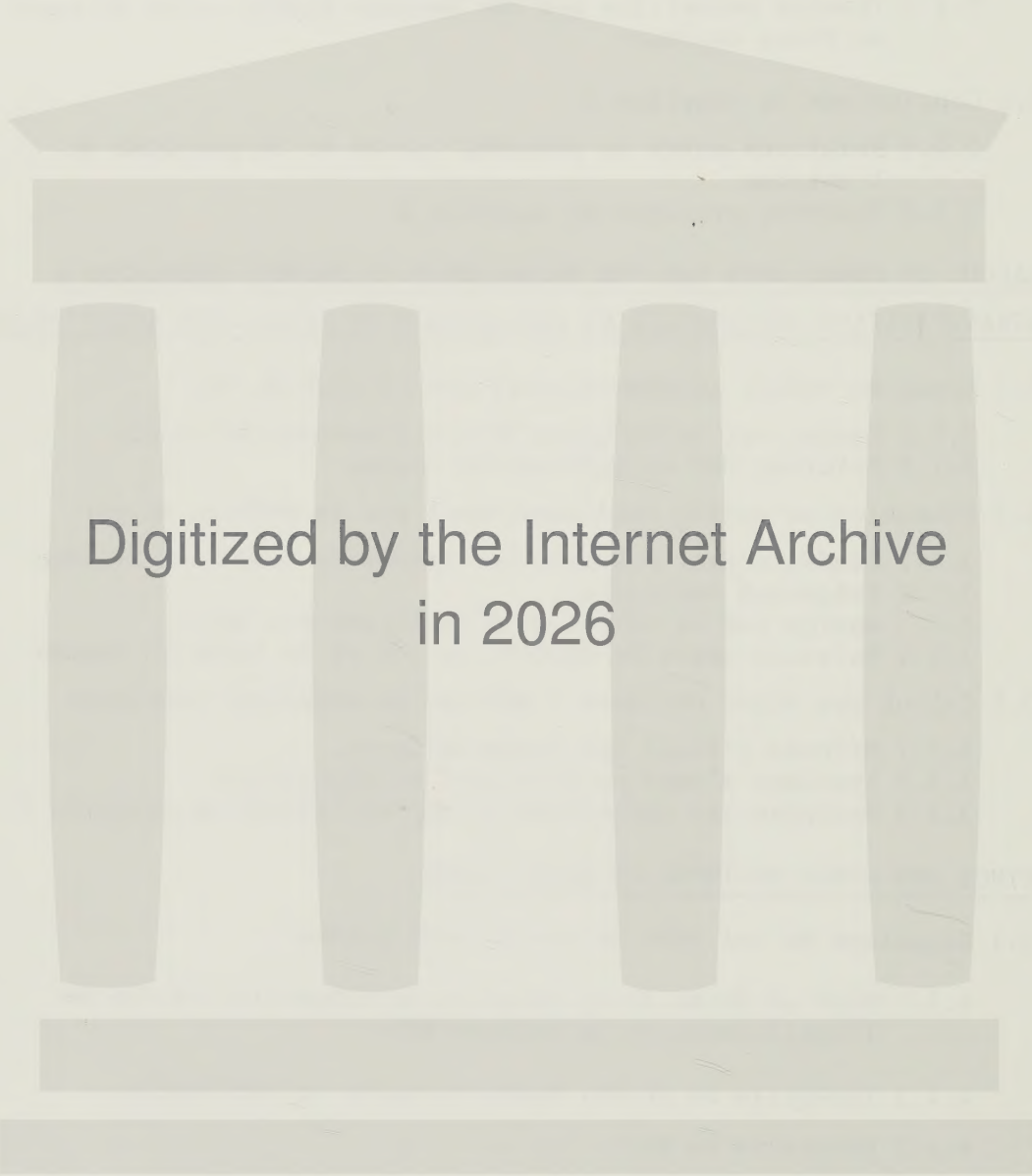
ECHOS IONOSPHERIQUES A LA FREQUENCE DE PLASMA ET A LA FREQUENCE HYBRIDE SUPERIEURE

ETUDE THEORIQUE

SOMMAIRE

	<u>NOTATIONS ET SYMBOLES</u>	P.	1
	<u>INTRODUCTION</u>		11
CH. 1	<u>GENERALITES SUR LES PICS DE RESONANCE DES SATELLITES</u>		
	<u>SONDEURS EN CONTRE-HAUT</u>		17
	1.1 Le dispositif expérimental des sondeurs en contre-haut		18
	1.2 L'observation des pics de résonance		23
	1.2.1 Le fait expérimental		23
	1.2.2 Fréquences d'apparition des pics de résonance		23
	1.2.3 Caractères morphologiques des pics de résonance		27
	1.3 L'interprétation des pics de résonance		32
	1.3.1 L'annulation de la vitesse de groupe des ondes émises		32
	1.3.1.1 Les premières interprétations des pics de résonance		32
	1.3.1.2 L'étude du champ en $r=0$		33
	1.3.1.3 L'aspect régime transitoire		35
	1.3.1.4 Le champ en $\vec{r}$ quelconque		39
	1.3.1.5 Les modes de propagation à vitesse de groupe nulle		40
	1.3.2 Caractères particuliers des modes à vitesse de groupe nulle		41
	1.3.3 Ondes directes et échos obliques sur les modes plasma et hybride		44
CH. 2	<u>DESCRIPTION DE L'ENSEMBLE PLASMA-ANTENNE AU VOISINAGE DES FREQUENCES DE PLASMA ET HYBRIDE HAUTE</u>		53
	2.1 Equation du plasma homogène		54
	2.1.1 Discussion relative aux collisions		54
	2.1.2 Adoption d'équations hydrodynamiques		56
	2.1.3 Equations de dispersion approchées du mode plasma		57
	2.1.4 Equations de dispersion approchées du mode hybride		61

2.2	Introduction des inhomogénéités naturelles	67
2.3	Le modèle d'antenne	76
2.3.1	La gaine statique	76
2.3.2	La gaine dynamique	78
2.3.3	Le modèle dipôle court à distribution de courant triangulaire	79
2.3.4	Equations du champ émis sur les modes plasma et hybride par une antenne dans un plasma homogène ; cas du dipôle court à distribution de courant triangulaire	83
2.3.5	Tension recueillie par une antenne dipôle court recevant un champ incident	85
2.4	Conclusions du chapitre 2	87
2.4.1	Relations entre le problème traité et le problème de l'antenne	87
2.4.2	Synthèse pratique du chapitre 2	89
CH. 3	<u>CALCUL DU CHAMP EMIS PAR UNE SOURCE DANS UN MILIEU INHOMOGENE A STRATIFICATION HORIZONTALE ET APPLICATION AU CALCUL DES ECHOS OBLIQUES</u>	93
3.1	Etude du modèle unidimensionnel par la méthode WKB	94
3.1.1	Rappel sur la solution WKB en l'absence de source	94
3.1.2	Solution WKB en présence de source	95
3.2	Extension au modèle tridimensionnel par la méthode du col	100
3.2.1	Généralités ; échelles de variations lentes et rapides	100
3.2.2	Fréquence des ondes	102
3.2.3	Aperçu sur le calcul de l'amplitude des ondes	103
3.2.4	Relation entre la méthode du col et le tracé de rayons	105
3.3	Calcul des échos obliques : méthode et modalités pratiques	108
3.3.1	Méthode d'étude des échos obliques	108
3.3.2	Systèmes d'axes et relations de dispersion	109
3.3.3	Synthèse des opérations et approximations du chapitre 3	111
CH. 4	<u>ETUDE DES ECHOS OBLIQUES DU MODE PLASMA</u>	113
4.1	Equations du col dans le cas du mode plasma	114
4.1.1	Mise en forme de la relation de dispersion en vue de l'application de la méthode WKB	114
4.1.2	Intégrale de phase. Ondes directes et réfléchies	117
4.1.3	Equations du col	118
4.2	Résolution des équations du col et calcul des fréquences des signaux reçus par l'antenne sur le mode plasma	120
4.2.1	Solution linéaire	120
4.2.2	Solution générale	125
4.2.2.1	Echos obliques dans l'hypothèse $W = 0$	125
4.2.2.2	Echos obliques dans l'hypothèse $W \neq 0$	129
4.2.2.3	Aperçu sur les ondes directes	131



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41556001_0001

4.3 Synthèse des opérations à accomplir lors du calcul de la fréquence des échos obliques du mode plasma	132
--	-----

CH. 5	<u>ETUDE DES ECHOS OBLIQUES DU MODE HYBRIDE</u>	135
-------	---	-----

5.1 Equations du col dans le cas du mode hybride	136
--	-----

5.1.1 Mise en forme de la relation de dispersion en vue de l'application de la méthode WKB	136
--	-----

5.1.2 Intégrale de phase. Ondes directes et réfléchies. Equations du col	137
--	-----

5.2 Résolution des équations du col et calcul des fréquences des signaux reçus par l'antenne sur le mode hybride	138
--	-----

5.2.1 Solution linéaire	138
-------------------------	-----

5.2.2 Solution générale	145
-------------------------	-----

5.2.2.1 Echos obliques ; f_T non voisin de $2 f_H$	145
--	-----

5.2.2.2 Echos obliques ; f_T voisin de $2 f_H$	148
--	-----

5.3 Synthèse des opérations à accomplir lors du calcul de la fréquence des échos obliques du mode hybride	150
---	-----

<u>CONCLUSION</u>	153
-------------------	-----

C.1 Synthèse des résultats présentés	154
--------------------------------------	-----

C.1.1 Résultats antérieurement publiés dans des articles	154
--	-----

C.1.2 Résultats constituant une extension par rapport aux articles	155
--	-----

C.1.3 Autres points examinés	157
------------------------------	-----

C.1.4 Un problème en suspens : celui du calcul de l'amplitude des ondes émises	158
--	-----

C.2 Utilisation des résultats présentés au traitement de données expérimentales	160
---	-----

C.2.1 Systèmes de référence	160
-----------------------------	-----

C.2.2 Suite des opérations nécessitées par le traitement d'un échantillon expérimental	160
--	-----

C.2.3. Tests de validité du calcul	161
------------------------------------	-----

C.3 Etat d'avancement actuel des confrontations entre les données expérimentales et la théorie des échos obliques	162
---	-----

C.3.1 Diminution des amplitudes des signaux reçus lorsque f_N est inférieur à f_H ou f_T supérieur à $2 f_H$.	162
--	-----

C.3.2 Evaluation de la température électronique à l'aide des enregistrements amplitude-temps des satellites	162
---	-----

<u>REMERCIEMENTS</u>	171
<u>BIBLIOGRAPHIE</u>	173
<u>ANNEXE 1</u> <u>CHAMP ELECTRIQUE EMIS PAR UNE ANTENNE DANS UN PLASMA HOMOGENE</u>	185
A.1 Expression du champ en fonction de la distribution de courant de l'antenne par la méthode des transformées de FOURIER	186
A.2 Définition de la fonction de GREEN	189
A.3 Singularités de la fonction de GREEN	190
A.4 Problème fondamental de l'antenne	191
A.5 Formes particulières de la fonction de GREEN	192
A.5.1 Expression du dénominateur en théorie adiabatique complète	192
A.5.2 Expression du numérateur pour les ondes d'indice élevé	193
<u>ANNEXE 2</u> <u>DISCUSSION DE LA FORME APPROCHEE DES EQUATIONS DU COL</u>	195
A.6 Généralités	196
A.7 Etude en mode plasma	196
A.8 Etude en mode hybride	200

NOTATIONS ET SYMBOLES

Certains symboles, dont l'emploi est très localisé, ne sont pas consignés ici. Il arrive parfois qu'un même symbole soit utilisé pour désigner deux grandeurs différentes ; le contexte intervient alors pour lever le doute.

UNITES

Le système d'unités international (S. I.) est utilisé, sauf exception spécifiée.

GRANDEURS MATHÉMATIQUES

$\vec{A} = (A_i)$; A	vecteur, composantes et module
$\vec{\vec{A}} = (A_{ij})$	tenseur du second ordre et matrice représentative
$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_i B_i$	produit scalaire (somme sur indice répété)
$\vec{\vec{A}} \cdot \vec{\vec{B}} = A_{ij} B_{ij}$	produit contracté (somme sur indice répété)
$\vec{A} \times \vec{B}$	produit vectoriel
z^* ; A_h	complexe conjugué de z ; partie hermitique de A
$f(\vec{X}, t)$ ou $f(\vec{r}, t)$	fonction de l'espace et du temps
$f(\vec{k}, \omega)$	transformée de FOURIER spatio-temporelle (T. F.)
	$f(\vec{k}, \omega) = \int f(\vec{r}, t) e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \underline{dr} \, dt$
	$f(\vec{r}, t) = (2\pi)^{-4} \int f(\vec{k}, \omega) e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \underline{dk} \, d\omega$
$f(k_x, k_y, z, t)$	T. F. partielle par rapport à x et y
$f(\vec{r}, \omega)$ etc...	T. F. partielle par rapport à t, etc...
$\vec{\nabla} = \partial / \partial \vec{r}$	opérateur gradient
$f', f'(u), df/du$	dérivée totale
$f'_u, \partial f / \partial u$	dérivée partielle

INDICES INFÉRIEURS

$N, H, T, x_s, z_s,$	caractérisent une grandeur prise pour les valeurs $f_N, f_H, f_T, f_{x_s}, f_{z_s}$ de la fréquence. Exemples :
	$Y_N = \omega_H / \omega_p; X_T = (\omega_p / \omega_T)^2; \tau = (k^2 / \omega_p^2) \times T / m.$
p	par exception, $2 \pi \cdot f_N$ est noté ω_p .
0	caractérise une grandeur prise en $\vec{r} = \vec{0}, t = 0$. Exemples : $\omega_{p0}, Y_{N0}, a_0, V_{g0}, V_0, u_0$.
$0, 1, 2, \dots, n$	interviennent dans les schémas d'itération (ch. 4 et 5)
x, y, z, i	désignent des composantes vectorielles selon les axes Ox, Oy, Oz et sur le plan perpendiculaire à Oz .
ξ, η, ζ	- selon les axes $O\xi, O\eta, O\zeta$.
X, Y, Z	- selon les axes OX, OY, OZ .
$1, 2, 3$	- selon les axes OX_1, OX_2, OX_3 .
P, Q	B_P, B_Q : composantes de $\vec{B}_0$ selon OP et OQ .

INDICES SUPÉRIEURS ET DOUBLES

c	caractérise une grandeur prise pour les valeurs ω^c, k_1^c, k_2^c , solutions des équations du col (ch. 3 à 5).
$', ''$	symboles de dérivation
$'_1, '_2, '_3$	désignent des composantes vectorielles selon les axes OX'_1, OX'_2, OX'_3 .

ALPHABET LATIN

$a = (X Y^2)^{1/2}$	intervient dans les équations du mode hybride
a, b, c	angles servant à définir l'axe OX'_3 (éq. 2-40).
a, b	coefficients dans l'équation de propagation de Φ (3-9)
a, b, c	coefficients de l'équation déterminant X_R (4-39)

a, b, c	coefficients de l'équation déterminant X'_R (5-44)
$a(X_3), b(X_3)$	interviennent dans l'expression de $k_3(X_3)$ (3-19)
A	fonction du temps : amplitude des signaux reçus.
A	introduit en (4-4) ; intervient dans l'étude du mode plasma
A_1, A_2, A_3	coefficients de la forme quadratique Q (3-41)
A, B	quantités introduites en (4-41)
b	encombrement spectral d'un pic de résonance
B	largeur spectrale d'une impulsion de sondage
$\vec{B}_0$	champ magnétique terrestre (module B_0 , mais composantes notées B_i)
c	vitesse de la lumière dans le vide
C	contenu du crochet de l'expression (2-26) (équations du mode hybride)
$\det(M)$	déterminant de la matrice M
ds	élément d'arc d'un rayon
dS	élément de surface
D	relation de dispersion
e	charge élémentaire positive
$\vec{e}_u$	vecteur unitaire de l'axe Ou
$\vec{E}$	champ électrique d'une onde électromagnétique
$\vec{E}_{inc}$	champ électrique incident sur l'antenne réceptrice
f	fréquence centrale des impulsions de sondage ; fréquence
$f_B = \Omega_B / 2\pi$	fréquence de battement entre deux ondes reçues
f_N, f_H	fréquence de plasma, gyrofréquence électronique
f_T	fréquence hybride supérieure : $f_T = (f_N^2 + f_H^2)^{1/2}$
f_{xs}, f_{zs}	fréquences de coupure des modes magnétoioniques x et z , définies par $f^2 \pm ff_H - f_N^2 = 0$
F	introduit en (3-42) ; intervient dans l'intégrale Ψ

$F(X_R)$	(4-43) usage limité au ch. 4
$F(X'_R)$	usage limité au ch. 5
F_1, F_2	premiers membres des équations du col (ch. 4 et 5)
$\vec{\vec{G}}$	tenseur de GREEN
H	échelle de hauteur du profil de densité électronique
$H(u_1, u_2, u_3)$	fonction utilisée au paragraphe 3-2-3
H'	échelle de hauteur modifiée (étude du mode hybride)
H_T	distance caractérisant le gradient de température électronique
I	intensité du courant recueilli par l'antenne réceptrice
I	intégrale de phase (ch. 3 à 5 ; définie en (3-25))
$\vec{\vec{I}} = (\delta_{ij})$	tenseur unité
Im	partie imaginaire
I_O	intensité du courant aux bornes de l'antenne émettrice
I_O, I_1	expressions approchées de l'intégrale de phase (annexe 2)
$\vec{J}$	distribution de densité de courant équivalente à l'antenne
$\vec{k}$	vecteur d'onde, variable de l'espace de FOURIER
$k_A = 1/L$	
$\vec{k}_j$	vecteur d'onde d'un mode principal (à V_g nul)
k_e	défini par $ia + \chi_e$ (3-3). Intégrant des intégrales de phase dans la méthode WKB (ch. 3 à 5)
k_3, k'_3	désignent k_e aux chapitres 4 et 5 respectivement
K	$(-X_R)^{3/2} + (X_3 - X_R)^{3/2}$, introduit en (4-20)
$\vec{K}$	$-i \partial \ln \Psi / \partial \vec{X}$, introduit en (3-32)
$\vec{K} = \vec{K}_0 + \tau \vec{K}_1$	tenseur diélectrique
$\ln$	logarithme népérien
L	demi-envergure d'une antenne dipolaire
$L_D = V / \omega p$	longueur de DEBYE
m	masse électronique

$\vec{n} = \vec{k} c / \omega$	indice de phase
n	module de $\vec{n}$
n	nombre entier
$\frac{\vec{N}}{N}$	"numérateur" de tenseur de GREEN (annexe 1)
N	densité électronique
o	désigne le mode magnétoionique ordinaire
O	origine des coordonnées (position de l'émetteur à la fin d'une impulsion de sondage)
$\text{proj}_{Ou} \vec{A}$	mesure algébrique de la projection du vecteur $\vec{A}$ sur l'axe Ou
$\vec{P} = Q L \vec{e}_\zeta$	moment dipolaire de l'antenne
$\vec{P}$	vecteur de POYNTING
P, Q	coordonnées de $\vec{X}$ dans le plan OPQ
P_4	polynôme de 4 ^e degré (annexe 2)
$q = \tau/n^2$	
$Q(\omega)$	charge totale du brin de dipôle pour lequel $\zeta > 0$
Q	forme quadratique, introduite en (3-40)
Q	$X'_R{}^{3/2} + \epsilon_1 (X'_R - X'_3)^{3/2}$, introduit en (5-13)
$Q(X)$	intégrale définie en (A-45)
$\vec{r}$	rayon vecteur d'un point de l'espace
R	distance géocentrique
R_a	rayon d'antenne
R_g	rayon de gaine
$R_L = v / \omega_H$	rayon de LARMOR
Re	partie réelle
sup	borne supérieure
S	terme de source (ch. 3 à 5)
t	temps
$t_{\text{lin}}, t_{\text{WKB}}$	temps caractéristiques (4-32), (4-35)

t_0	instant de la fin d'une impulsion, origine des temps
$t_{ei} = 1 / \langle v_{ei} \rangle$	
T	température électronique
$\vec{T}$	flux d'énergie cinétique
$u = V \cdot \left(\frac{3X_T}{4Y_T^2 - 1} \right)^{1/2}$	homogène à une vitesse, intervient dans les équations du mode hybride
u	paramètre de développement (cf. (4-32))
u_1, u_2, u_3	variables de la forme canonique de la forme Q
v	introduit en (5-28), utilisé dans l'expression des résultats de l'étude du mode hybride
$V = (XT/m)^{1/2}$	vitesse thermique des électrons
$V(\omega)$	tension des impulsions de sondage
V_A	tension continue de l'antenne par rapport au plasma
$V_R(\omega)$	tension aux bornes de l'antenne réceptrice
V_S	vitesse uniforme de l'antenne par rapport au plasma
$\vec{V}_\phi = \omega / \vec{k}$	vitesse de phase
$V_g = \partial \omega / \partial \vec{k}$	vitesse de groupe
w	notation introduite en (5-45), usage limité au ch. 5
W	homogène à une vitesse, défini en (4-4), usage limité au ch. 4
$W_{TOT} = W_E + W_M$	densité d'énergie électrique + magnétique (3-48)
$\vec{W}$	tenseur de propagation (A-3)
x	désigne le mode magnétoionique extraordinaire
x	inconnue de l'équation (4-38)
x	inconnue de l'équation (5-44)
$X = (f_N/f)^2$	paramètre ionosphérique
$\vec{X}, X$	rayon vecteur et sa composante selon l'axe OX
X_E, X_P	points de branchement de l'intégrant de I (annexe 2)

X_R, X'_R	idem, ch. 4 et 5 respectivement
y	premier membre de l'équation (4-38)
$Y = f_H/f$	paramètre ionosphérique
Y	composante de $\vec{X}$ selon l'axe OY
Y	premier membre de l'équation (5-41)
z	désigne la partie basse fréquence du mode magnétoionique extraordinaire
z	impédance série du générateur du circuit émetteur
Z	composante de $\vec{X}$ selon l'axe OZ
Z	charge d'un ion / charge élémentaire
Z_A	impédance de l'antenne
Z_R	impédance du circuit récepteur
Z_T	impédance de transfert ("quadripôle de NUTTALL")

ALPHABET GREC

α	exposant de t dans les lois de décroissance de l'amplitude (ch. 1)
α, β, γ	homogènes à l'inverse d'une longueur (cf. (2-39))
$\alpha_0, \beta_0, \gamma_0, \alpha_1, \beta_1, \gamma_1$	coefficients de l'équation de dispersion (A-23 et 24)
α_0, α_n	utilisés aux ch. 4 et 5 pour encadrer la racine x
$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$	angles directeurs de X dans le repère $OX_1X_2X_3$
$\alpha'_1, \alpha'_2, \alpha'_3$	angles directeurs de X dans le repère $OX'_1X'_2X'_3$
$\beta = (\vec{B}_0, \vec{V}_g)$	utilisé au paragraphe 2-1
$\beta = (OQ, \vec{B}_0)$	utilisé au paragraphe 2-2
β	utilisé au ch. 5, défini en (5-19)
$\beta_1, \beta_2, \beta_3$	angles directeurs de OX_3 dans le repère OXYZ
γ, γ'	angles $(OX_3, \vec{B}_0)$ et $(OX'_3, \vec{B}_0)$, compris entre 0 et π
$\vec{\Gamma} = -i\mu_0 \vec{W}$	

δ	déclinaison magnétique
$\delta(u), \delta(\vec{v})$	distributions de DIRAC
δ_{ij}	symbole de KRONECKER
ϵ_0	permittivité du vide
$\epsilon, \epsilon_1, \eta$	paramètres de valeur ± 1 (ch. 3 à 5)
η, ζ	coordonnées d'un point dans le plan $O\eta\zeta$
$\theta = (\vec{k}, \vec{B}_0)$	
$\lambda = 2\pi/k$	longueur d'onde
λ	latitude magnétique
$\Lambda = 12\pi N L_D^3/Z$	
μ_0	perméabilité magnétique du vide
$\langle v_{ei} \rangle$	fréquence de collisions électrons-ions
ξ	composante de X selon $O\xi$, défini par $-\vec{\nabla}T$
ξ	composante de X selon $O\xi$, axe lié à l'antenne
ξ	variable d'intégration (méthode WKB, ch. 3 à 5)
ρ	densité de charge de l'antenne (volumique)
σ	densité linéique de charge de l'antenne
σ	petit paramètre utilisé dans l'annexe 2
τ	durée d'une impulsion de sondage
$\tau = \frac{k^2}{\omega^2} \frac{\chi T}{m}$	paramètre de développement de l'équation de VLASSOV
$\phi = \phi_+ + \phi_- = \sum_{\epsilon=\pm 1} \phi_\epsilon$	variable de champ (ch. 3) ; potentiel scalaire du champ (ch. 2 ; ch. 4 ($\phi = \phi_N$) ; ch. 5 ($\phi = \phi_T$))
$\vec{\Phi} = \vec{P} + \vec{T}$	flux d'énergie, défini en (3-52)
Φ	phase de ϕ_ϵ , définie en (3-24)
χ	constante de BOLTZMANN
χ_ϵ	défini par $\epsilon (b^2 - a^2)^{1/2}$ (3-3). Intervient dans la méthode WKB (ch. 3 à 5)

χ_3, χ_3'	désignent χ_e aux chapitres 4 et 5 respectivement
$\psi = \pi/2 - \theta$	angle $\pi/2 - (\vec{k}, \vec{B}_0)$
ψ	phase (usage limité au paragraphe 3-1-1)
Ψ	amplitude de ϕ_e , définie en (3-29)
$\omega = 2\pi f$	pulsation, variable conjuguée du temps
ω_i	pulsation d'un mode principal (à V_g nul)
$\omega_p = 2\pi f_N$	pulsation de plasma électronique
$\bar{\omega}$	$i\partial \ln \Psi / \partial t$, introduit en (3-32)
$\Omega(t), \Omega_+(t), \Omega_-(t)$	pulsations des signaux reçus
$\Omega_B = \Omega_+(t) - \Omega_-(t) $	pulsation de battement

INTRODUCTION

Les flèches de résonance, qui apparurent inopinément sur les ionogrammes des premiers sondeurs ionosphériques en contre-haut en 1960, frappèrent les expérimentateurs par leur netteté et leur reproductibilité remarquables. L'intérêt qu'elles ont suscité n'a fait que s'accroître d'abord lorsqu'a été découvert leur lien avec les propriétés de la propagation dans le plasma ionosphérique et ensuite quand on s'est aperçu que de tenir compte de la température électronique de ce plasma rendait les interprétations théoriques bien plus aisées. Ces interprétations, fournies parallèlement par plusieurs laboratoires, constituèrent un excellent champ d'application de la théorie des ondes en plasma chaud de BERNSTEIN, antérieure de deux ans seulement à la découverte des premières flèches de résonance. Elles furent une des premières et des meilleures occasions d'introduire la théorie microscopique du magnétoplasma chaud au sein de laboratoires attachés à résoudre des problèmes de géophysique. Le tenseur diélectrique du magnétoplasma régit à la fois la propagation des ondes et les fluctuations thermiques. Le calcul des fluctuations a été mis à profit dans l'élaboration de la théorie de la diffusion incohérente qui est également une application fructueuse et première en date de la théorie du plasma chaud à la géophysique extérieure. Issues d'équations de base étroitement liées, les études sur la diffusion incohérente et celles sur les flèches de résonance ont évolué différemment. Pour les premières, la théorie a été rapidement circonscrite et a débouché sur la conception d'instruments de mesure de hautes performances que sont les sondeurs à diffusion incohérente et c'est surtout sur l'interprétation des résultats des nombreuses mesures réalisées par ces instruments que porte l'effort actuel des équipes qui y sont attachées. Il n'en a pas été ainsi pour les flèches de résonance. Bien qu'elles soient à l'origine des sondeurs à relaxation qui donnent une solution excellente au problème de la mesure *in situ* de la densité électronique ionosphérique, elles présentent encore de nombreux aspects dont l'interprétation est très floue, soit parce que leur mécanisme est encore mal compris (apparition sur les flèches de résonance aux fréquences électroniques d'effets manifestement liés aux fréquences caractéristiques des ions), soit du fait que la théorie se heurte à des problèmes encore irrésolus (problèmes de l'antenne en milieu ionisé et de la propagation de direction quelconque au voisinage de la gyrofréquence et de ses

harmoniques), soit enfin car les données expérimentales sont incomplètes (décroissance et analyse spectrale fine des signaux). Ces quelques exemples d'aspects échappant à l'analyse sont loin de former une liste exhaustive. Le fait que des théoriciens, auteurs de publications antérieures sur la diffusion incohérente soient, tels J. A. FEJER et J. P. DOUGHERTY, auteurs d'articles actuels sur les flèches de résonance, illustre le caractère plus malaisé de l'analyse de ces dernières.

Nous venons d'indiquer que les flèches de résonance constituent un effet expérimental extrêmement net et donnent lieu à des investigations dans un domaine théorique appelé à se développer en géophysique. Une possibilité nouvelle et précise de mesurer *in situ* les paramètres du plasma ionosphérique est offerte par les sondeurs à relaxation, spécialement conçus pour exciter les flèches de résonance, et dont le développement est facilité par le fait que les signaux qui composent les flèches de résonance ont une amplitude généralement élevée. Pour ces raisons, il a été décidé, au département R. S. R. du C. N. E. T., de faire porter un effort sur l'étude des flèches de résonance, sujet qui m'a été proposé à mon entrée au titre de chercheur C. N. R. S. dans ce laboratoire. Lorsqu'en 1966, j'ai abordé *ex abrupto* ce problème sur lequel d'importantes publications avaient déjà fait leur apparition, j'ai été aux prises avec une difficulté essentielle : trouver un domaine commun entre les effets observables, bien définis morphologiquement et les effets prévisibles du point de vue théorique. Les fréquences auxquelles apparaît la majeure partie des flèches de résonance satisfont à un tel accord entre expérience et théorie mais leur interprétation, par l'annulation de la vitesse de groupe des ondes caractéristiques du plasma, a été achevée dès 1966 par DOUGHERTY et MONAGHAN et a suffi pour étayer le principe de la mesure des gyrofréquence et fréquence de plasma électroniques par sondeur à relaxation. Le pas important franchi par cette étude n'avait cependant pas mis un terme aux voies de recherche possibles, comme le montrent les exemples, donnés plus haut, de points échappant encore actuellement à l'analyse. Mes premiers travaux témoignent d'une progression erratique à travers les multiples aspects des flèches de résonance et peuvent se résumer ainsi : observation, sur le pic de résonance à la fréquence de plasma électronique, d'un effet lié à la gyrofréquence des protons (GRAFF 1967 a) ; essais théoriques publiés sur l'aspect régime transitoire du problème (GRAFF 1967 b) et sur l'influence des collisions (GRAFF 1969) ; essai non publié sur l'élargissement d'une raie monochromatique émise *in situ*, par les fluctuations thermiques

du plasma. Au fur et à mesure de l'avancement de ces travaux, alors que progressait ma connaissance d'ensemble du sujet, je prenais conscience de la difficulté de trouver un domaine où l'investigation théorique aille de pair avec l'observation expérimentale. Une telle voie a été ouverte au printemps 1968 par la communication de Mc AFEE au colloque O. T. A. N. de Røros (Norvège) ; son hypothèse des échos obliques permettait en effet d'appliquer une méthode théorique (le tracé de rayons) à un effet observable (les stries, ou modulations, apparentes sur certaines flèches de résonance). Plus précisément, selon l'hypothèse de Mc AFEE, les stries présentes sur les flèches de résonance à la fréquence de plasma électronique résulteraient de l'interférence entre deux échos reçus par l'antenne et dus aux effets conjugués du gradient de la densité électronique de l'ionosphère et de la forme fortement anisotrope des surfaces d'indices du plasma dans les zones de transition entre les modes transversaux à vitesse de phase rapide et les modes longitudinaux à vitesse de phase beaucoup plus lente.

AUBRY, BITOUN et GRAFF (1970) ont établi un programme de tracé de rayons qui a permis d'interpréter quantitativement la flèche de résonance à la fréquence hybride haute à l'aide de l'hypothèse de Mc AFEE. Le but poursuivi, c'est-à-dire le calcul des fréquences des échos obliques dans la géométrie la plus générale rencontrée par un sondeur ionosphérique, n'a pu être atteint, en procédant par tracé de rayons, qu'au prix d'un long temps de calcul à l'ordinateur. Aussi je me suis orienté vers la méthode analytique de WENTZEL, KRAMERS, BRILLOUIN (WKB), voisine du tracé de rayons en ce qui concerne les hypothèses physiques de base et utilisée avec succès par FEJER et YU (1970) pour traiter un cas particulier du problème des échos obliques. L'application de la méthode WKB m'a permis de faire le calcul général des fréquences des échos obliques tant au voisinage de la fréquence de plasma qu'à celui de la fréquence hybride haute. Ce travail de thèse a pour but de présenter l'ensemble des études correspondantes. Ce travail reprend la matière contenue dans les articles (GRAFF 1970, 1971 a, 1971 b) que j'ai consacrés à ce sujet, mais pousse plus loin l'analyse. Par rapport à ces articles, un effort a été fait pour décrire avec davantage de précision les modèles d'antenne et de plasma adoptés, et aussi pour discuter leur domaine de validité ; cette discussion a conduit à utiliser de nouvelles équations destinées à traiter les cas où la fréquence de plasma est voisine de la gyrofréquence et ceux où la fréquence hybride haute est voisine du double de la gyrofréquence. Le domaine de validité de la méthode a donc été à la fois délimité avec plus de soin et élargi.

Le présent travail a été rédigé comme devant être un outil utilisable à l'interprétation des données expérimentales. Ce point de vue explique la part importante consacrée aux commentaires destinés à faciliter l'application du calcul à des échantillons expérimentaux. Ainsi apparaît un caractère important de la présente thèse : elle offre un nouveau champ de développement aux études sur les échos obliques, en permettant de confronter les résultats de l'hypothèse des échos obliques avec les données expérimentales. Nous verrons dans la conclusion que cette confrontation est positive en ce sens qu'elle établit le bien fondé de l'hypothèse de Mc AFEE. L'enregistrement fin des échos obliques donne alors des applications nouvelles aux sondeurs à relaxation, car il devient possible de déchiffrer les informations que les fréquences individuelles des échos obliques et les fréquences de battement portent au sujet de l'inhomogénéité et de la température électronique du milieu. Des travaux sont entrepris dans cette voie au sein même de l'équipe à laquelle j'appartiens : évaluation de la température électronique par traitement de la fréquence des battements qui apparaissent sur les ionogrammes des satellites Alouette et Isis ; conception et réalisation de sondeurs à relaxation permettant d'enregistrer la forme d'onde complète des signaux reçus, en vue de restituer les fréquences individuelles des échos obliques. Nous souhaitons que les calculs présentés ici puissent constituer une étape utile dans la conception des sondeurs à relaxation qui seront embarqués sur les expériences à venir, telles que celle du satellite géostationnaire GEOS de l'E. S. R. O.

Le premier chapitre du présent travail est consacré à une présentation générale du sujet. Le principe du fonctionnement des sondeurs en contre-haut est tout d'abord rappelé ; on trouve ensuite une description morphologique des flèches de résonance ; l'aspect théorique est enfin abordé sous la forme d'une revue des diverses approches. Cette revue se termine par l'exposé de l'hypothèse des échos obliques et des travaux de Mc AFEE, FEJER et YU, BITOUN, GRAFF et AUBRY sur ce sujet et débouche sur la matière des chapitres suivants.

Le chapitre 2 traite de la description des modèles adoptés pour le plasma et l'antenne. A la suite d'une discussion sur l'influence des collisions et de l'amortissement LANDAU, nous justifions l'adoption d'équations dans lesquelles ces effets sont négligés. Ces équations sont simplifiées en équations spécialisées destinées à décrire respectivement la propagation sur les modes dits "plasma" et "hybride" qui sont les modes quasi-longitudinaux à vitesse de groupe lente, sur lesquels a lieu la propagation des échos obliques au voisi-

nage des fréquences de plasma et hybride haute. Les équations spécialisées auxquelles on aboutit sont les mêmes que celles utilisées dans les articles (GRAFF 1971 a et b) sauf pour le mode plasma au voisinage de la gyrofréquence et au voisinage du double de cette fréquence pour le mode hybride ; dans ces cas particuliers nous introduisons des équations modifiées. La dépendance des paramètres du plasma en fonction de la position est ensuite introduite dans les équations de dispersion car c'est ainsi qu'intervient l'inhomogénéité du milieu dans l'application de la méthode WKB. On trouve que seul le gradient de densité intervient, à l'ordre d'approximation adopté, dans les équations du mode plasma alors que pour le mode hybride il faut tenir compte aussi du gradient des composantes du champ magnétique, effet qui était négligé dans nos précédents articles ainsi que dans ceux des autres auteurs. Nous abordons ensuite le modèle d'antenne. L'ignorance de paramètres importants relatifs à l'antenne est mise en relief et on insiste sur le fait que cette ignorance entraîne davantage d'incertitude sur l'amplitude des échos obliques que sur leur fréquence. Dans l'hypothèse du dipôle court sont écrites les équations permettant d'exprimer le champ émis par l'antenne en fonction de sa tension d'alimentation (problème de l'émission) ainsi que le courant recueilli par cette antenne en fonction du champ dans lequel elle est immergée (problème de la réception). Comme les chapitres suivants, le chapitre 2 se termine par une synthèse des approximations et de leurs domaines de validité ainsi que des différentes opérations nécessitées par le traitement d'un échantillon expérimental.

La méthode WKB est introduite au chapitre 3. Après quelques rappels, cette méthode est appliquée au rayonnement d'une source dans un milieu inhomogène unidimensionnel. L'introduction des deux autres dimensions géométriques et du temps conduit à exprimer le résultat sous la forme d'une intégrale triple qui est résolue par la méthode du col. Cette méthode d'intégration approchée permet de définir et de calculer à chaque instant la fréquence et l'amplitude du champ. Avant de conclure ce chapitre sur une synthèse pratique nous montrons l'identité entre la recherche des solutions des équations du col et la détermination des rayons aboutissant en un point.

Le chapitre 4 traite de l'application de la méthode WKB à l'étude des échos obliques sur le mode plasma. La relation de dispersion est d'abord mise sous une forme convenable qui permet d'établir les équations du col.

Ces équations sont ensuite résolues, comme nous l'avons présenté dans les articles cités ci-dessus, à l'aide d'une linéarisation. Cette solution analytique ne s'étend pas au cas où la fréquence de plasma est voisine de la gyrofréquence. Dans cette éventualité, ainsi que lorsque la linéarisation n'est plus justifiée, il faut adopter pour les équations du col une solution numérique. Nous en simplifions la mise en oeuvre en réduisant de manière analytique les équations du col à une seule équation à une inconnue, par le jeu de changement de variables et d'éliminations. La connaissance d'une expression analytique approchée de la solution abaisse à 4 ou 5 le nombre d'itérations nécessaires à l'obtention de la valeur numérique de la solution avec une précision excellente. De la sorte le temps de calcul des fréquences des échos obliques dans le cadre de cette solution numérique générale est sensiblement le même que lorsqu'on peut appliquer les formules analytiques de la solution linéarisée.

Le cinquième chapitre donne des échos obliques sur le mode hybride une étude parallèle à celle réalisée au chapitre précédent au sujet du mode plasma. Après une présentation de la solution linéarisée des équations du col, le cas où cette linéarisation n'est plus valable est traité par une méthode calquée sur celle du chapitre précédent et dans laquelle les équations du col sont analytiquement réduites à une seule qui est enfin résolue numériquement par itération. Ce procédé ne peut être étendu au cas où la fréquence hybride est proche du double de la gyrofréquence et pour traiter ce dernier cas nous adoptons une résolution plus purement numérique mais qui s'appuie toutefois sur les études analytiques antérieures.

Le premier but de la conclusion est de faire la synthèse des résultats présentés. On décrit ensuite les modalités pratiques de leur utilisation à la confrontation des données expérimentales avec la théorie des échos obliques. De telles confrontations ont déjà eu lieu ; elles contribuent à l'établissement du bien fondé à la fois de l'hypothèse de Mc AFEE et de son application, dans certains cas, à l'évaluation de la température électronique à l'aide d'un sondeur à relaxation.

Une première annexe rappelle, parmi les résultats classiques sur l'émission d'un champ électromagnétique par une antenne dans un plasma homogène, ceux qui sont utilisés dans le texte principal. La discussion d'une approximation qui, dans les chapitres 4 et 5, sert à écrire les équations du col, fait l'objet de la seconde annexe.

1 - GENERALITES SUR LES PICS DE RESONANCE DES SATELLITES SONDEURS EN CONTRE-HAUT

1.1. Le dispositif expérimental des sondeurs en contre-haut

1.2. L'observation des pics de résonance

1.2.1. Le fait expérimental

1.2.2. Fréquences d'apparition des pics de résonance

1.2.3. Caractères morphologiques des pics de résonance

1.3. L'interprétation des pics de résonance

1.3.1. L'annulation de la vitesse de groupe des ondes émises

1.3.1.1. Les premières interprétations des pics de résonance

1.3.1.2. L'étude du champ en $r = 0$

1.3.1.3. L'aspect régime transitoire

1.3.1.4. Le champ en $\vec{r}$ quelconque

1.3.1.5. Les modes de propagation à vitesse de groupe nulle

1.3.2. Caractères particuliers des modes à vitesse de groupe nulle

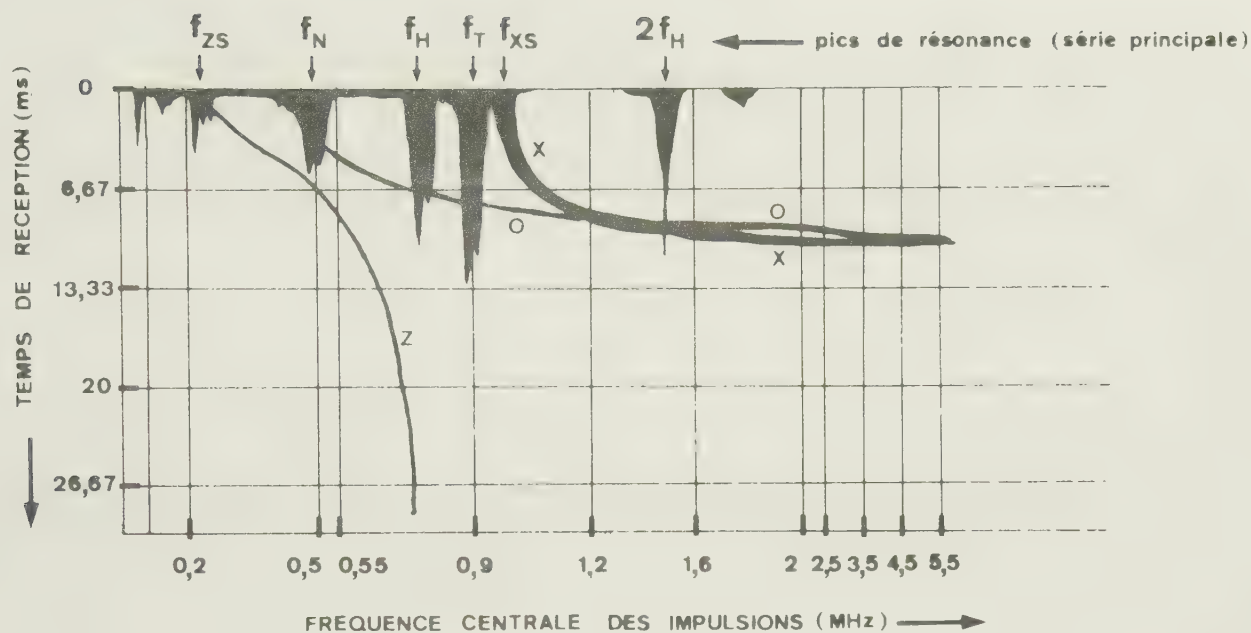
1.3.3. Ondes directes et échos obliques sur les modes plasma et hybride

1.1. Dispositif expérimental des sondeurs en contre-haut

Les sondeurs en contre-haut se déplacent au dessus du maximum d'ionisation de l'ionosphère. Comme les sondeurs classiques au sol, leur principe est voisin de celui des radars à impulsions. Pendant une première phase (émission), l'antenne du sondeur transmet une impulsion de courte durée centrée sur la fréquence de travail f . Après un temps de commutation, l'antenne est reliée à un récepteur de grande sensibilité ; c'est alors la phase de réception, au cours de laquelle, on désire détecter, en plus des bruits de diverses origines, un ou plusieurs échos provenant de la réflexion de l'impulsion émise sur les couches denses de l'ionosphère. La durée de la phase de réception est déterminée de sorte que les échos les plus tardivement attendus puissent être reçus. Une fois la phase de réception terminée, après un laps de temps correspondant aux diverses servitudes, commence l'émission de l'impulsion de sondage élémentaire suivante.

Plusieurs modes de fonctionnement ont été utilisés. Dans le mode de fonctionnement à fréquence variable, les fréquences des impulsions successives sont en progression arithmétique de raison Δf , de l'ordre de $1/\tau$, de manière que l'émission d'une suite d'impulsions successives recouvre un spectre continu de fréquences. Dans le mode de fonctionnement à fréquence fixe, f est invariable pour une suite d'impulsions successives, et les différences constatées à la réception sont uniquement dues aux variations du milieu de propagation et de son couplage avec l'antenne, au fur et à mesure que le sondeur se déplace.

Dans chacun des modes de fonctionnement, les résultats sont présentés sous forme d'ionogrammes. Sur un ionogramme, l'instant t_0 de l'émission d'une impulsion est représenté par un point de l'axe des abscisses. La parallèle à l'axe des ordonnées en ce point sert à repérer le retard $t - t_0$ de la réception d'un écho par rapport à l'émission de l'impulsion (dans la suite t_0 sera pris pour origine des temps et t couramment désigné par instant de réception). Sur cette droite les instants correspondant à la réception d'un signal dépassant le bruit sont visualisés. L'ionogramme consiste en la juxtaposition des figures correspondant à l'émission d'une suite d'impulsions de sondage. L'ensemble des zones visualisant la réception de signaux au cours de cette suite de sondages laisse apparaître des traces d'échos dont l'interprétation théorique permet de déduire le profil d'ionisation de l'ionosphère entre l'altitude du maximum



Z,O,X : Echos des modes magnétoioniques

FIGURE 1

Représentation schématique d'un ionogramme à fréquence variable
(Satellite Alouette 2, 15 décembre 1966, 12 h 26 mn 13 s T.U., station de réception: BRETIGNY)

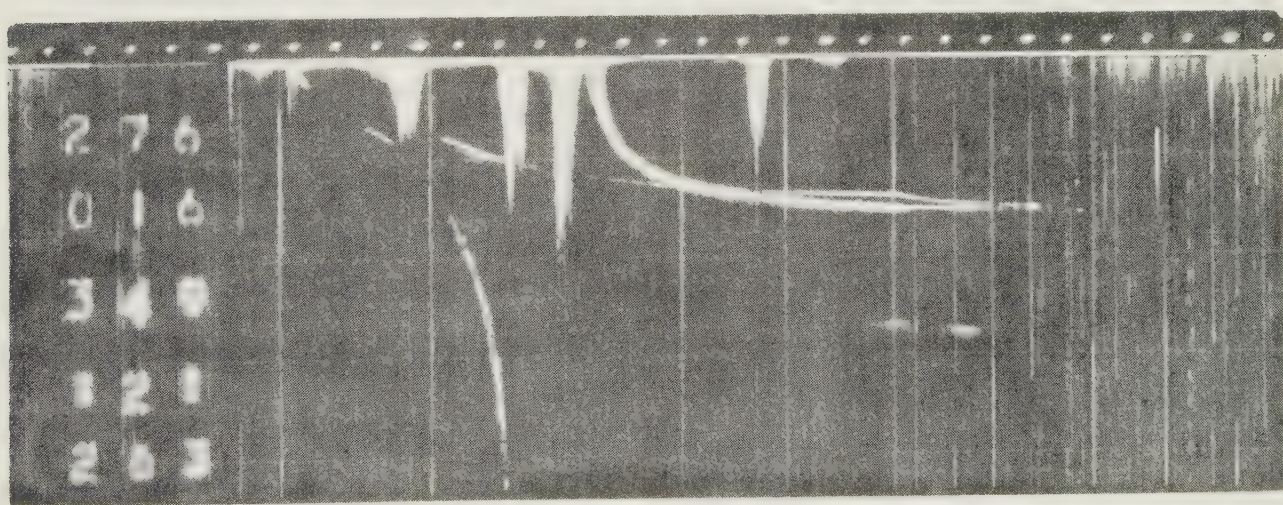


FIGURE 2

Reproduction d'un ionogramme à fréquence variable
(Satellite Alouette 2, 15 décembre 1966, 12 h 26 mn 13 s T.U., station de réception: BRETIGNY)

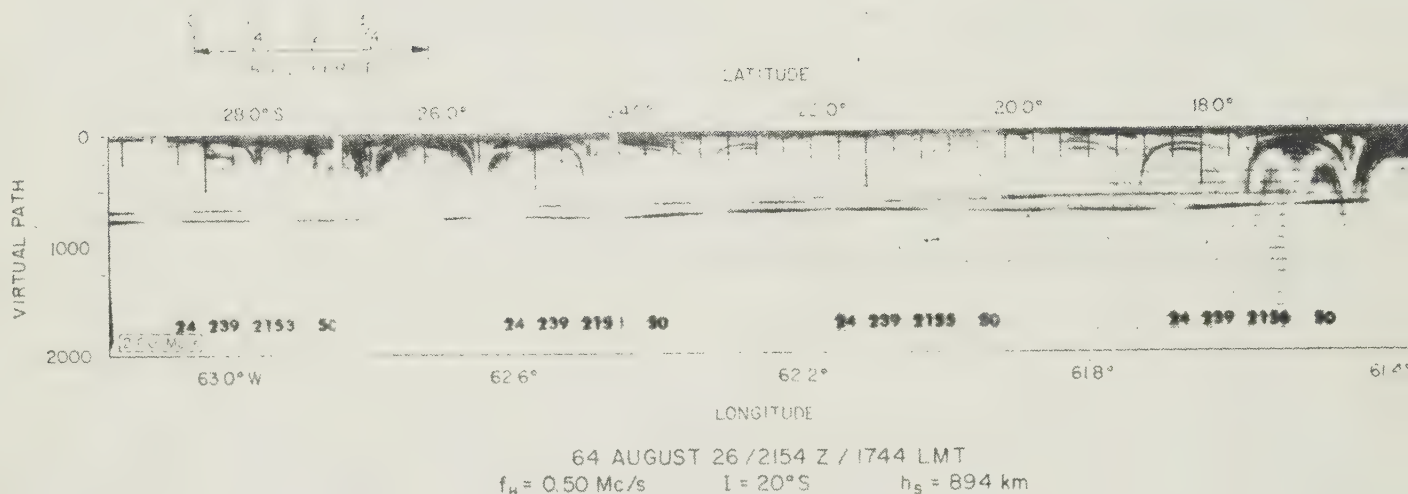


FIGURE 3

IONOGRAMME A FREQUENCE FIXE (2 MHz) DU SATELLITE EXPLORER 20
(d'après CALVERT, 1965)

On distingue nettement les traces d'échos x et o ainsi que
les signaux résonnants à $4 f_H$, dont l'excitation répétée
pendant une longue période permet de mettre en évidence l'effet de la rotation du sate
Echelle des abscisses : 1 division = 5 secondes (temps universel) ; la latitude et la
longitude ont été ajoutées comme repères supplémentaires
Echelle des ordonnées : 1 000 km de "hauteur virtuelle" correspondent à 20/3 millise-
condes de temps d'écoute

d'ionisation et celle du sondeur. Ce qui précède est illustré par la figure 1 (schéma de principe d'un ionogramme). Sur la figure 2 qui représente l'ionogramme réel correspondant à fréquence variable, l'axe des abscisses repère à la fois les temps d'émission et les fréquences centrales des impulsions de sondage. Sur la figure 3 (ionogramme à fréquence fixe), seul le temps figure sur l'axe des abscisses.

L'amplitude des signaux reçus est une grandeur importante qui n'apparaît pas sur les ionogrammes. Cependant, l'information qui permet de la restituer existe sur les bandes magnétiques de télémessure et peut être visualisée sous forme d'enregistrements amplitude-temps ("A-scans") qui donnent, pour chaque phase de réception, l'amplitude du signal reçu en fonction de l'instant de réception. Ces enregistrements, dont l'un est représenté sur la figure 4, donnent une représentation du sondage plus détaillée, mais aussi moins synthétique que les ionogrammes. La grandeur figurant en ordonnée sur ces enregistrements n'est généralement pas directement proportionnelle au courant recueilli par l'antenne du sondeur, ni à son logarithme, mais c'est une fonction de ce courant qui dépend des paramètres de toute la chaîne de mesure, et en particulier du taux de contre-réaction du récepteur.

Les ordres de grandeur des paramètres utilisés dans les principales expériences sont indiqués sur le tableau 1.

DESIGNATION DE L'EXPERIENCE	DATE DE LANCEMENT	TYPE	LABORATOIRE D'OEUVRE DE L'EXPERIENCE	APOGEE-PERIGEE (km) } Satellites INCLINAISON (°) } APOGEE, LIEU DE LANCEMENT : (FUSEES)	LONGUEUR DES ANTENNES 2L (m) (Dipôle) L (m) (Monopôle)	DUREE DES IMPULSIONS τ (μ s)	EMISSION : TENSION OU PUISSANCE	DUREE DE LA PHASE DE RECEPTION (ms)	GAMMES DE FREQUENCES (MHz) FREQUENCE VARIABLE : (FV) OU FREQUENCES FIXES (FF)
ALOUETTE 1	29 sept. 1962	S.C.H.	C.R.C. OTTAWA (Canada)	1031 - 996 80,5	2L = 45,8 2L = 22,8	100	100 W	15	0,5 - 12. (FV)
EXPLORER 20	25 août 1964	S.C.H.	E.S.S.A. BOULDER (Colorado)	1010 - 866 80	2L = 37 2L = 19	100	8 à 45 W	15	7,22 : 5,47 : 3,72 : 2,85 2,00 : 1,50 (FF)
V.I.P.	1er sept. 1965 11 h 17 T.U.	F.S.R.	E.S.S.A. BOULDER (Colorado)	151 km Walllops Island	Emission : monopôle cassé Reception : L < 2 m	100	100 V crête	2	0,1 - 3 (FV)
ALOUETTE 2	28 nov. 1965	S.C.H.	C.R.C. OTTAWA (Canada)	2982 - 502 79,8	2L = 73,2 2L = 22,8	100	300 W	32	0,12 - 14,5 (FV)
ISIS 1	30 jan. 1969	S.C.H.	C.R.C. OTTAWA (Canada)	3523 - 574 88,40	2L = 73,2 2L = 18,8	98	400 W	32	0,1 - 20 (FV) 0,25 : 0,48 : 1,00 : 1,95 4,00 : 9,303 (FF)
ELDI 1	6 oct. 1970 10h 50 T.U.	F.S.R.	C.N.E.T. ISSY LES MX (France)	480 km Centre d'Essais des Landes	2L = 4	20	30 à 40 V Crête à crête	2	0,85 - 10,85 (FV)
ELDI 2	22 oct. 1970 8h 23 T.U.	F.S.R.	C.N.E.T. ISSY LES MX (France)	485 km Centre d'Essais des Landes	2L = 4	20	30 à 40 V Crête à crête	2	0,85 - 10,85 (FV)
ISIS 2	1er avr. 1971 02h 57 T.U.	S.C.H.	C.R.C. OTTAWA (Canada)	1358 - 1428 88,1	2L = 73,2 2L = 18,8	100	400 W	21	0,1 - 20 (FV) 0,25 : 0,48 : 1,00 : 1,95 4,00 : 9,303 (FF)
ELDI 3	Projet : 1972	F.S.R.	C.N.E.T. ISSY LES MX (France)			20		10	0,5 - 5,5 (FV)

TABLEAU 1

LES PRINCIPALES EXPERIENCES NE PICS DE RESONANCE

Abréviations : S.C.H. = Satellite sondeur en centre-haut ; F.S.R. = fusée sonde à relaxation -
Bibliographie : Satellites Alouette et Isis : FRANKLIN et McLEAN (1969) ; Explorer 20 : CALVERT et VAN ZANDT (1966)
M.I.P. - HIKKILA et al. (1968)

1.2. L'observation des pics de résonance

1.2.1. Le fait expérimental

Il arrive qu'au lieu de recevoir un bref écho après un certain délai, le récepteur reste excité dès le début de la phase de réception et pendant une durée variant d'une faible fraction de cette phase jusqu'à sa durée totale. Un tel évènement se signale, pour un sondage élémentaire d'un ionogramme, par une zone débutant à l'ordonnée zéro sur la droite verticale dont le balayage visualise, comme nous l'avons décrit, ce sondage élémentaire.

Sur les ionogrammes à fréquence variable, (figure 2) ces zones successives forment des figures caractéristiques qui, en vertu de leur aspect, ont été appelées pics, ou flèches de résonance (resonance spikes en anglais), par les premiers expérimentateurs qui les ont observées, lors d'expériences en fusée (KNECHT, VAN ZANDT et RUSSELL, 1961) et sur les enregistrements d'Alouette 1 (LOCKWOOD, 1963 ; CALVERT et GOE, 1963). Leur aspect en pics montre que ces évènements ont lieu lorsque la fréquence centrale des impulsions passe par certaines valeurs privilégiées. Pendant les sondages à fréquence fixe d'Explorer 20 (CALVERT et VAN ZANDT, 1966), ces signaux sont reçus pendant un très grand nombre de phases de réception successives, de sorte que (figure 5) les ionogrammes perdent l'aspect en pics ; pendant ces mêmes sondages, les variations des rapports entre la fréquence des impulsions et les fréquences caractéristiques du plasma ambiant sont beaucoup plus lentes que lors des sondages à fréquence variable .

La figure 6 montre comment un pic de résonance apparaît sur une série d'enregistrements amplitude-temps. Nous conservons dans la suite l'appellation phénoménologique "pic de résonance" en laissant au vocable "résonance" son utilisation classique qui désigne les conditions de propagation à indice de phase très élevé.

1.2.2. Fréquences d'apparition des pics de résonance

A partir des traces d'échos, on localise aisément les fréquences f_N , f_H , f_T , f_{XS} , f_{ZS} , $n f_H$, caractéristiques du plasma indéfini entourant le sondeur. On constate que les pics de résonance (LOCKWOOD 1963) ont le plus souvent lieu

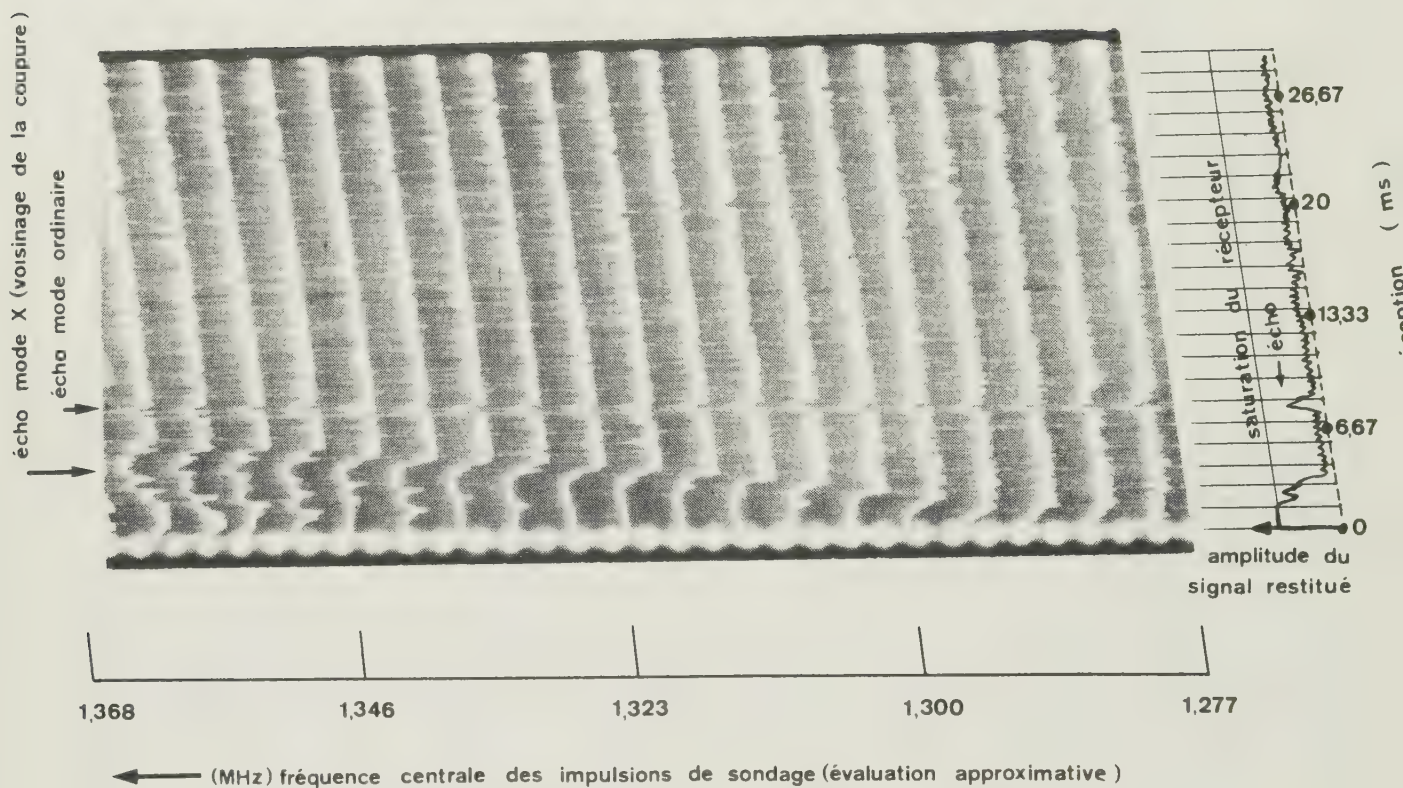
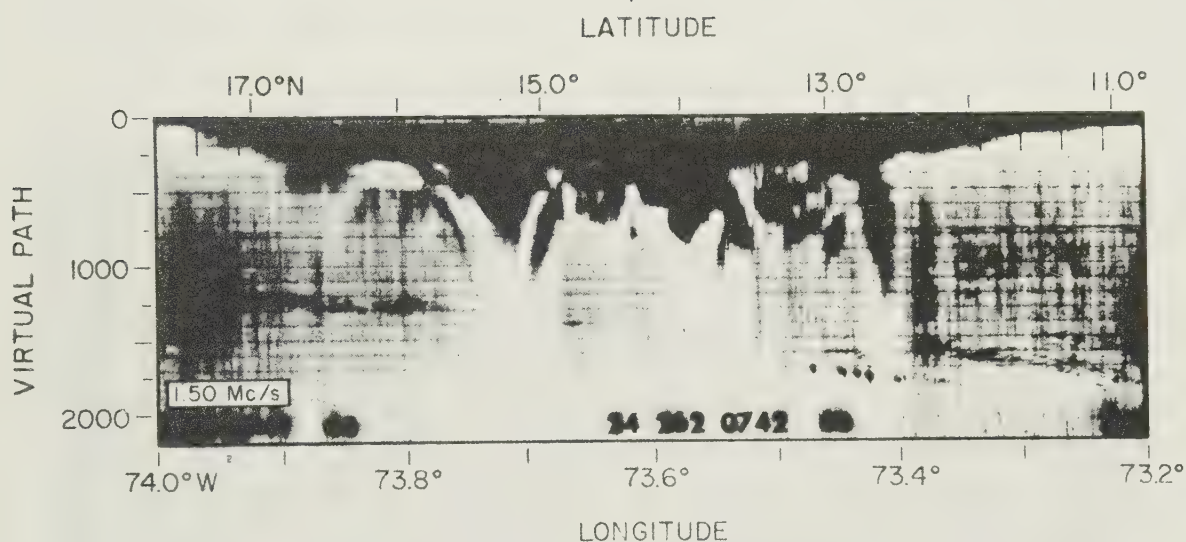


FIGURE 4

ENREGISTREMENT AMPLITUDE-TEMPS

(Alouette 2, 23 juin 1966, BRAZZAVILLE; ionogramme commençant à 07 h 54mn 09s T.U.
L'échelle des temps de réception, repérée par des points, n'est pas rappelée sur
les autres enregistrements présentés.

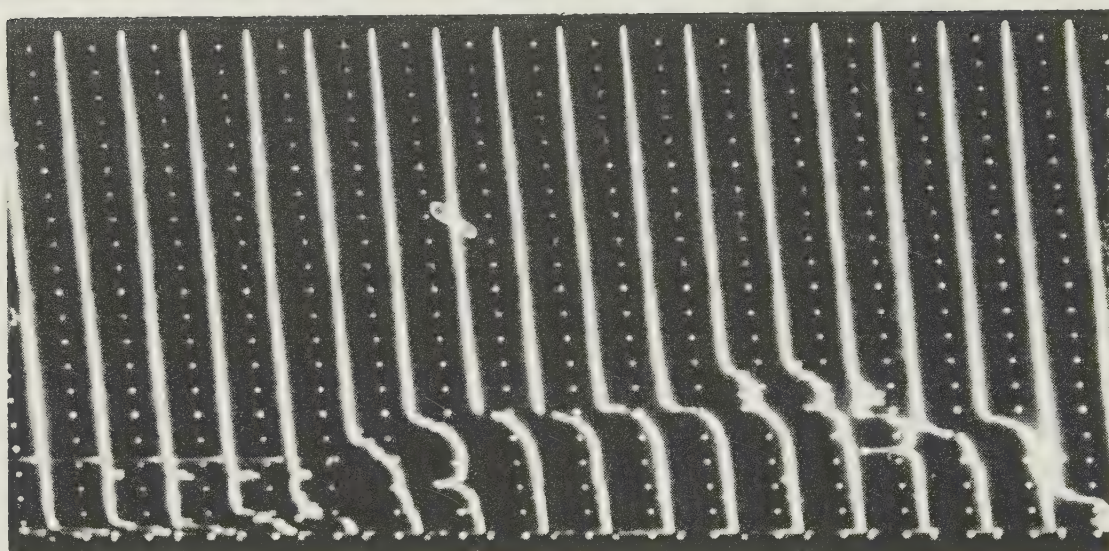


64 SEPTEMBER 18/0742 Z/0247 LMT
 $f_H = 0.77$ Mc/s $I = 46^\circ$ N $h_s = 920$ km

FIGURE 5

IONOGRAMME A FREQUENCE FIXE (1,50 MHz) DU SATELLITE EXPLORER 20
(d'après CALVERT, 1965)

L'excitation des signaux résonnants à $2 f_H$ par les impulsions de sondage successives a lieu pendant presque 2 minutes, temps au cours duquel le satellite parcourt plus de 700 km



→ amplitude croissante des signaux restitués
← fréquences de sondage croissantes

FIGURE 6

PIC DE RESONANCE A $2f_H$ SUR UN ENREGISTREMENT AMPLITUDE-TEMPS

(Alouette 2, 3 Juin 1969, BRETIGNY, ionogramme commençant à 10 h 49 mn 00 s T.U

(figure 2) lorsque la fréquence centrale des impulsions est voisine d'une de ces fréquences. Dans la suite, on dira que les pics survenant au voisinage de ces fréquences appartiennent à la série principale ; ces pics seront désignés par la fréquence caractéristique qui leur correspond. D'autres pics sont parfois observés, tels ceux que décrivent NELMS et LOCKWOOD (1967), HARTZ et BARRINGTON (1969), et dont la fréquence d'apparition est une combinaison simple des fréquences de la série principale. Ainsi à $2f_T$, $f_T - f_N$, $f_T - f_H$, $f_N - f_H$, $\frac{3}{2}f_H$, $\frac{f_T}{2}$, $\frac{f_N}{2}$, des pics de résonance ont été quelquefois signalés. D'autres apparaissent à des fréquences sans relation évidente avec les précédentes (WARREN et HAGG, 1968). Enfin parmi les pics de la série principale, seul $2f_H$ apparaît quasi-systématiquement.

1.2.3. Caractères morphologiques des pics de résonance

La durée des pics de résonance, telle qu'elle apparaît sur les ionogrammes, résulte à la fois de la décroissance du champ électromagnétique reçu et d'effets expérimentaux (variation du contrôle automatique de gain du récepteur). Cette durée décroît généralement lorsque la fréquence centrale des impulsions émises s'écarte d'une certaine fréquence privilégiée f_R et la forme caractéristique en flèches ou pics triangulaires, qui apparaît sur les ionogrammes à fréquence variable, en résulte. Cette forme ne donne pas d'informations sur le contenu spectral des oscillations reçues par l'antenne. On est au contraire amené à admettre que la largeur spectrale des oscillations reçues est bien plus faible que celle ($B = 20$ kHz) de l'impulsion émise. En effet :

- Les pics de résonance apparaissent fréquemment (figure 7a) comme formés d'une zone centrale large de 20 kHz encadrée de zones latérales larges de 10 kHz (WARNOCK 1969). Un tel aspect, reproduisant le spectre de l'impulsion émise, n'est possible que si l'oscillation reçue a un encombrement spectral b nettement inférieur à B . On a $b < B/q$ si q est le nombre de zones latérales observées d'un côté du pic. La fréquence f_R des oscillations reçues est alors déterminée comme la fréquence centrale f de l'impulsion correspondant au maximum de la zone centrale du pic ; l'incertitude de cette détermination est égale à la différence Δf entre les fréquences de deux impulsions successives ($\Delta f \approx 4,5$ kHz pour Alouette 2). Cette observation est possible sur Alouette 2 car la bande passante du récepteur, à flancs raides et à peu près plate dans un intervalle ($f_0 - 20$ kHz, $f_0 + 20$ kHz), est nettement plus large que la bande centrale du spectre de l'impulsion émise. La fréquence d'accord f_0 du récepteur dérive de

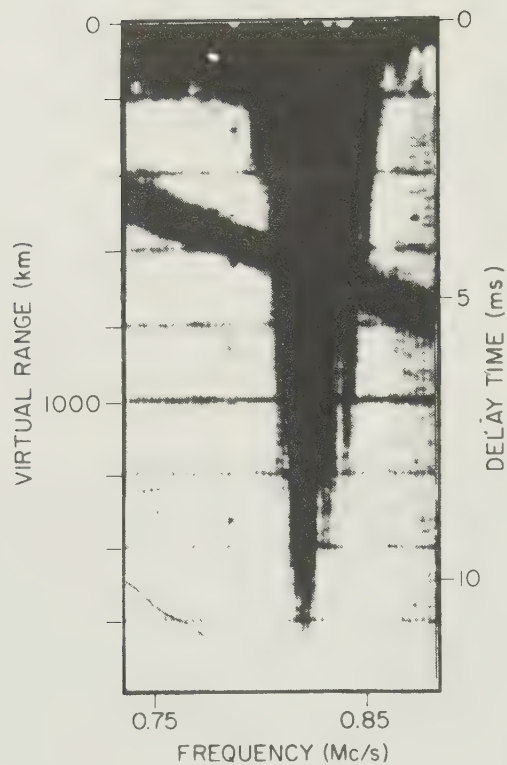


FIGURE 7 a
PIC DE RESONANCE A F_H

(Alouette 2, 24 janvier 1966, 19 h 18 mn T.U., d'après WARNOCK, 1969)
4 bandes latérales inférieures et 2 bandes latérales supérieures sont visibles.

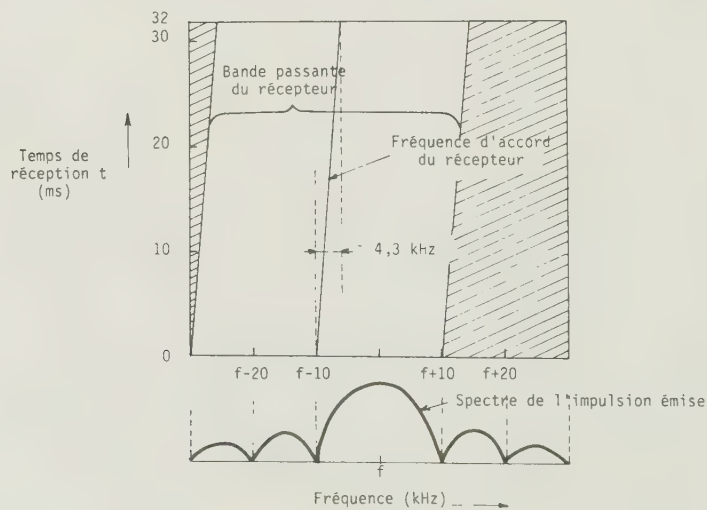


FIGURE 7 b

Illustrant les caractéristiques d'émission et de réception du sondeur d'Alouette 2
(D'après les données de FRANKLIN et MACLEAN, 1969)

manière continue de sorte qu'au début de chaque phase de réception l'accord se fait sur $f_o = f - 10 \text{ kHz}$, ce qui explique la fréquente observation, autour de la zone centrale du pic de résonance, large de 20 kHz et centrée sur f_R , de deux creux latéraux à $f_R + 10 \text{ kHz}$ et $f_R + 20 \text{ kHz}$ (correspondant à la coïncidence de f_R avec les zéros $f - 10 \text{ kHz}$ et $f - 20 \text{ kHz}$ du spectre émis) et d'un creux latéral à $f_R - 10 \text{ kHz}$ (correspondant à la coïncidence de f_R avec le zéro $f + 10 \text{ kHz}$ du spectre émis). Bien souvent d'autres effets (contrôle automatique de gain, saturation) viennent perturber cet aspect et il n'est pas rare de n'observer sur les ionogrammes que de grosses flèches noires et triangulaires, d'une base large de 40 kHz environ. Ces particularités du sondeur d'Alouette 2 sont illustrées par la figure 7 b.

- Il arrive souvent qu'au cours d'une série d'ionogrammes, deux fréquences de la série principale viennent se chevaucher. Les pics de résonance correspondants viennent se confondre en un seul sur lequel apparaissent alors nettement des franges très régulières et dont l'équidistance correspond à une durée θ_d ; ces franges s'interprètent aisément comme l'effet de l'interférence entre deux oscillations de fréquences voisines f_R et $f'_R = f_R + \frac{1}{\theta_d}$. Si on observe p franges, chacune de ces oscillations a un encombrement spectral Δf_R inférieur à $1/p\theta_d$. Dans l'exemple de la figure 8, $p = 8$; $\theta_d = 1,2 \text{ ms}$, d'où $\Delta f_R < 100 \text{ Hz}$. HAGG (1967) met à profit l'interférence entre les pics f_T et f_H pour mesurer f_N dans des cas où cette fréquence, trop faible pour être excitée, correspond à une densité électronique de 8 cm^{-3} .

On observe fréquemment des pics de résonance qui présentent des franges alternativement claires et foncées et qui ne peuvent pas s'interpréter comme ci-dessus. CALVERT et VAN ZANDT (1966), CALVERT et Mc AFEE (1969) en ont caractérisé plusieurs types :

- Pics à f_N : oscillation continue pendant 3 à 4 ms, suivie d'une structure de franges à période décroissante, peu ou pas sensible à l'orientation de l'antenne. La structure frangée disparaît quand l'antenne s'approche de la perpendiculaire au champ magnétique.

- Pics à f_T : même type de franges qu'à f_N , mais la structure atteint son maximum d'intensité quand l'antenne est perpendiculaire au champ magnétique : la période des franges peut devenir sensible à l'orientation de l'antenne quand celle-ci s'approche de la parallèle au champ magnétique ou quand f_T s'approche de $2 f_H$. Pour $f_T > 2 f_H$ on note que le pic à f_T s'affaiblit considérablement et conjointement disparaît la structure de franges.

- Pics à nf_H ($n \geq 2$) : ces divers pics s'accompagnent souvent d'une structure de franges, dont la périodicité est très fortement liée à l'orientation de l'antenne. L'apparition de ces franges n'est pas systématique et d'autres effets viennent parfois troubler la pureté de leur structure.

Plusieurs expérimentateurs ont pu constater que le pic de résonance à f_N est parfois affecté d'un effet à la fréquence gyromagnétique des protons.

- Dans nos propres observations (GRAFF 1967 a) le pic f_N apparaît modulé à la gyropériode des protons.

- En même temps KING et PREECE (1967) ont observé sur les pics des séries d'ergots (spurs) ayant la même périodicité.

- Enfin MATUURA et NISHIZAKI (1969) présentent des ionogrammes d'Alouette 2 sur lesquels, en plus des effets précédents apparaissent, entre f_N et f_H ($< f_N$) de très fines traces parallèles et équidistantes de la gyropériode des protons. Ces divers aspects ont été retrouvés sur les ionogrammes d'Explorer XX (CALVERT et Mc AFEE 1969).

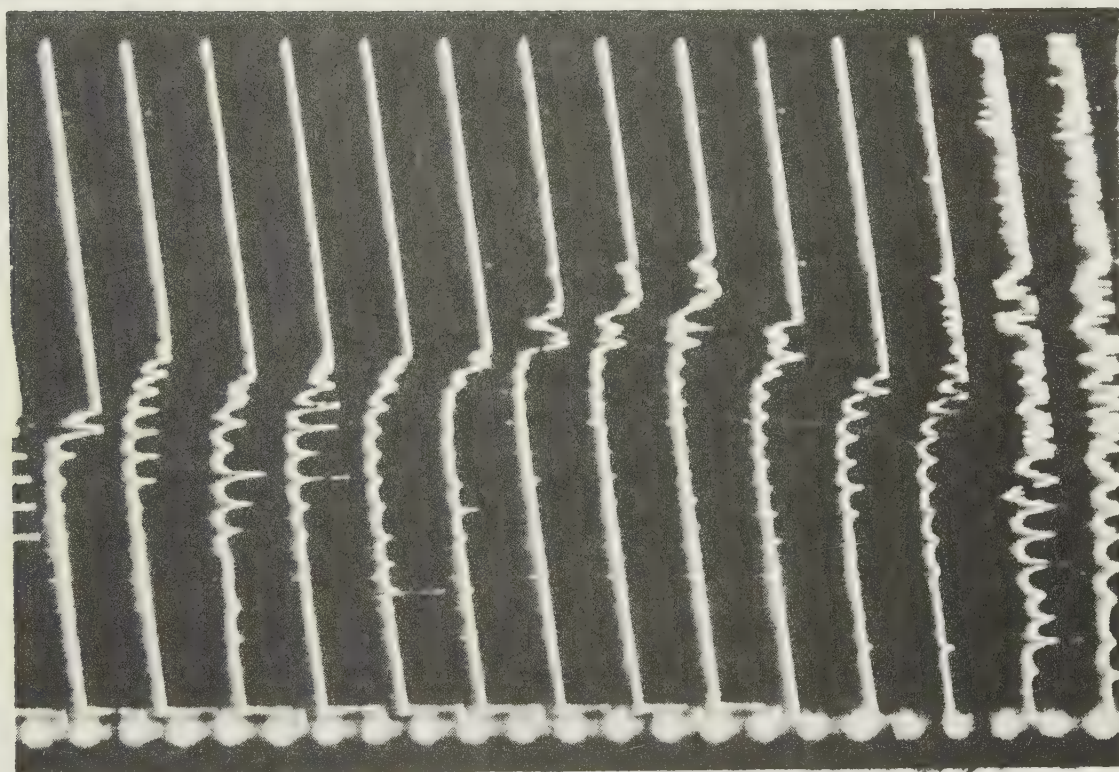


FIGURE 8

ENREGISTREMENT AMPLITUDE-TEMPS COMPORTANT LE BATTEMENT ENTRE LES PICS

DE RESONANCE A f_T ET $2f_H$

(Alouette 2, 23 juin 1966, BRAZAVILLE, ionogramme débutant à 07 h 54 mn 09s T.U.)

1.3. L'interprétation des pics de résonance

1.3.1. L'annulation de la vitesse de groupe des ondes émises

1.3.1.1. Les premières interprétations des pics de résonance

L'idée d'associer à l'apparition d'un pic de résonance l'existence, dans le spectre émis, d'une composante au moins dont la vitesse de groupe est très faible, exprime de manière simple qu'une partie de l'énergie émise, restant sur place, continue de baigner l'antenne qui recueille alors une oscillation se traduisant, sur l'ionogramme, par la présence du pic. Cette idée est apparue progressivement au cours des premières publications sur ce sujet.

Les premières interprétations ne semblent pas distinguer très clairement les notions d'ondes électrostatiques ($\vec{E}/\vec{k}$), ondes stationnaires ($V_\phi = \infty$) et ondes à énergie stationnaire ($V_g = 0$). Ainsi CALVERT et GOE (1963) interprètent les pics f_N et f_T par des ondes électrostatiques, ce qui est exact, mais n'explique en rien le phénomène. LOCKWOOD (1963) considère les pics f_N , f_{XS} , f_{ZS} comme dus à des ondes stationnaires (fréquences de coupure) du plasma froid ; il attribue les pics f_H et nf_H , qui échappent à cette conception, au groupement des électrons en faisceaux (abandon de la théorie diélectrique du milieu au profit d'une description individuelle des particules) . Pour interpréter f_T (qui en plasma froid intervient comme résonance et non comme coupure), LOCKWOOD invoque pour la première fois l'idée d'une vitesse de groupe nulle.

Cette idée est reprise et étendue par FEJER et CALVERT (1964) qui donnent une description bien plus physique du phénomène : l'énergie de chaque composante spectrale du champ émis se déplace avec sa propre vitesse de groupe ; ce concept unique, assorti de l'équation de VLASSOV (introduction de T) permet d'interpréter toute la série principale, y compris les pics à nf_H . Ces derniers pics, jusqu'alors, ne pouvaient être trouvés par la description diélectrique (qui se limitait au plasma froid) et étaient imputés à une génération d'harmoniques dans les trajectoires individuelles des particules par suite d'un effet non linéaire : décroissance du champ dipolaire de l'antenne en fonction de la distance (LOCKWOOD 1963) ou inhomogénéité de champ électrique due à la gaine (JOHNSTON et NUTTALL, 1964). Poussant l'analyse, FEJER et CALVERT évaluent un

un modèle de source ligne. Le champ n'est pas calculé dans le cas $n = 1$ (pic à f_H), qui est considéré comme correspondant aux conditions $(k \rightarrow \infty, \omega = \omega_H)$, pour lesquelles l'équation de dispersion du mode électromagnétique froid, $\theta = 0$, $k^2 c^2 = \omega^2 - \omega_{pe}^2 / (\omega - \omega_H)$, donne $V_g = 0$. Une rapide évaluation des amplitudes données par (1 - 1) conduit à des valeurs élevées donnant lieu à des durées beaucoup trop longues pour les pics de résonance. Parmi les effets dont il suggère de tenir compte pour obtenir des ordres de grandeur plus raisonnables, STURROCK élimine à juste titre les collisions électrons-neutres mais passe sous silence les collisions coulombiennes électrons-ions ; il évoque la vitesse du satellite mais n'en tire pas de conclusion tranchée. L'influence de la longueur de l'antenne est enfin discutée : l'antenne, de longueur L , coupe l'émission des ondes de nombre d'onde supérieur à $k_A = 1/L$. Le modèle d'antenne infiniment courte est acceptable lorsque les composantes $k > k_A$ ne contribuent pas au champ calculé avec ce modèle. S'il n'en est pas ainsi la longueur de l'antenne intervient pour extraire du champ calculé les composantes dues à des $k > k_A$. Une application au pic f_N montre que le temps de réception n'est jamais assez élevé pour que l'influence de la longueur de l'antenne puisse être négligée.

1.3.1.3. L'aspect régime transitoire

Dans les études revues jusqu'ici, les fréquences de la série principale, qui donnent lieu à des pics de résonance observables, sont prises comme point de départ. On vérifie, à l'aide de formes approchées de l'équation de VLASSOV, qu'il existe, à chacune de ces fréquences, une onde caractéristique $(\omega_i, \vec{k}_i)$ du plasma qui satisfait à la condition $V_g = 0$; on interprète le pic de résonance comme résultat de l'émission du mode auquel cette onde caractéristique $(\omega_i, \vec{k}_i)$ appartient. NUTTALL (1965 a) montre que l'annulation de la vitesse de groupe, c'est-à-dire, sous réserve que $\partial D / \partial \omega \neq 0$, la résolution du système à 4 inconnues scalaires $\omega, \vec{k}$:

$$\left\{ \begin{array}{l} D(\vec{k}, \omega) = 0 \\ \frac{\partial D(\vec{k}, \omega)}{\partial \vec{k}} = 0 \end{array} \right. \quad (1 - 2)$$

donne des pulsations ω_i pour lesquelles la fonction de GREEN $G_{ij}(\vec{r}, \omega)$ (cf. Annexe 1) présente une singularité de type point de branchement. L'intégrale de FOURIER inverse en ω donnant le champ $\vec{E}(\vec{r}, t)$ comporte la contribution d'une telle singularité ω_i , associée au vecteur d'onde $\vec{k}_i$, chaque fois que la densité de courant $\vec{J}(\vec{k}, \omega)$ de l'antenne a , en $\omega = \omega_i$, $\vec{k} = \vec{k}_i$, a une valeur non nulle, ce qui établit, en termes mathématiques, l'existence d'un pic de résonance, chaque fois qu'un ensemble $(\omega_i, \vec{k}_i)$, auquel $V_g = 0$, contribue au spectre spatio-temporel caractérisant l'émission.

La résolution du système (1 - 2) constitue de plus une méthode systématique pour déterminer l'ensemble des modes $(\omega_i, \vec{k}_i)$ donnant lieu à des pics de résonance. En utilisant, dans ce système, le tenseur diélectrique du magnétoplasma de VLASSOV, sans approximation électrostatique, sont obtenus des résultats qui se distinguent de ceux des études précédentes : les ω_i ne sont plus toujours exactement les pulsations de la série principale et les k_i peuvent avoir des valeurs ni nulles ni infinies. Retenons que le système (1-2) a plusieurs solutions distinctes au voisinage de ω_p et que la solution voisine de ω_T a lieu en $\omega < \omega_T$ et pour k fini. La forme approchée de $G_{ij}(\vec{k}, \omega)$ au voisinage d'un mode $(\omega_i, \vec{k}_i)$ à vitesse de groupe nulle s'obtient par des développements limités des termes du tenseur diélectrique du plasma.

NUTTALL (1965 b) assimile l'ensemble émetteur-récepteur, couplés par l'antenne immergée dans le plasma, à un quadripôle électrique passif, d'impédance de transfert $Z_T(\omega)$, de sorte que (figure 9) le courant $I(t)$, recueilli à la réception, se relie à la tension de l'impulsion émise $V(t)$ par la transformation de Laplace inverse

$$I(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma} \frac{V(\omega)}{Z_T(\omega)} e^{i\omega t} d\omega \quad (1 - 3)$$

Après avoir admis que $Z_T(\omega)$ est de la forme

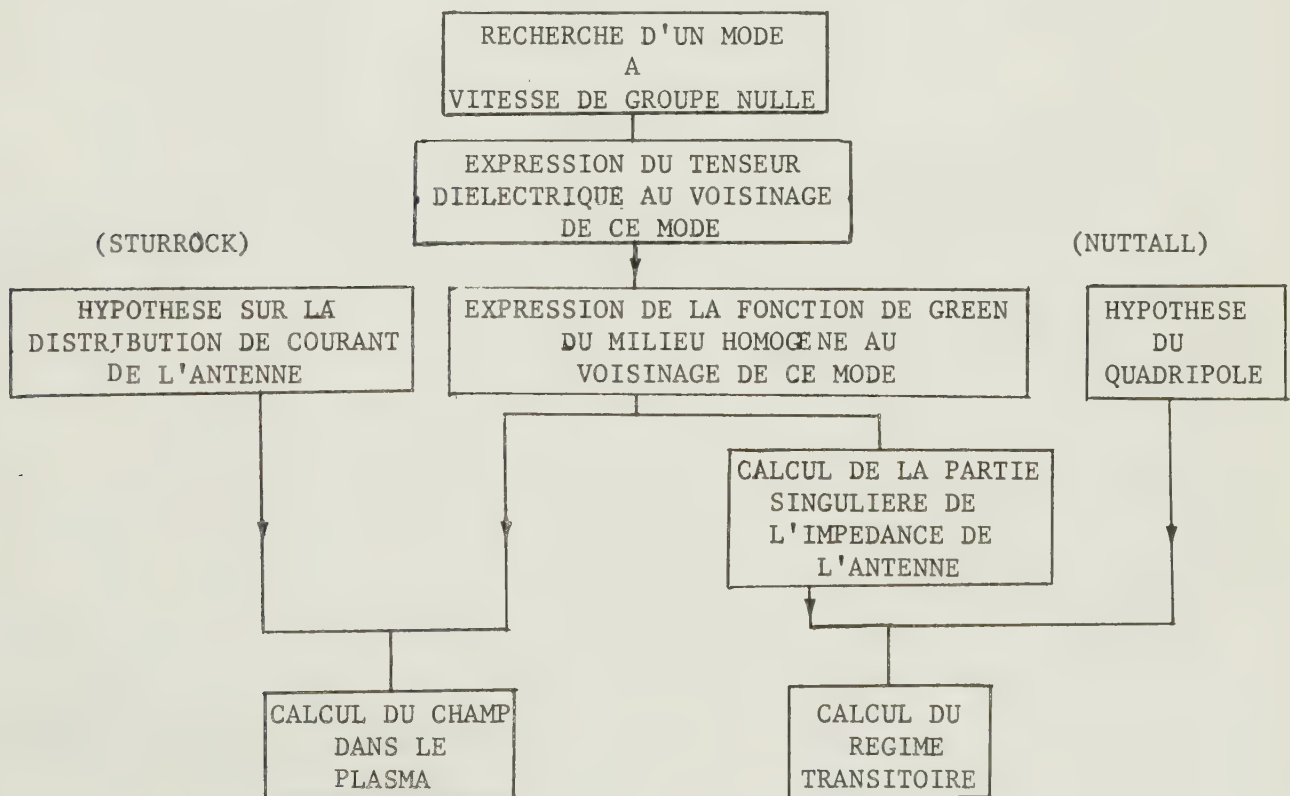
$$Z_T(\omega) = \frac{a_0 + a_1 Z_A(\omega)}{b_0 + b_1 Z_A(\omega)} \quad (1 - 4)$$

où $Z_A(\omega)$ est l'impédance de l'antenne et a_0, a_1, b_0, b_1 sont des fonctions entières de ω , il montre que les ω_i , solutions de (1 - 2), étant points de branchement de $G_{ij}(\vec{r}, \omega)$, sont des singularités de même type de $Z_A(\omega)$. Cette conclusion, qui ne vaut que pour une antenne parfaitement conductrice dans un plasma homogène (pas de gaine), entraîne que les ω_i sont aussi points de branchement de $Z_T(\omega)$. Les pics de résonance résultent alors (figure 9 a) de la contribution apportée à l'intégrale (1 - 3) par les coupures de branchement aboutissant aux ω_i . Un pic de résonance est excité chaque fois qu'un ω_i se trouve dans le spectre $V(t)$ de l'impulsion émise $V(t)$. Cette conception pose le problème en termes mathématiques précis : sa résolution nécessite simplement de connaître $Z_A(\omega)$ au voisinage de ω_i . La réalité est plus complexe : entre l'émission et la réception a lieu une commutation, ce qui signifie que le quadripôle de la figure 9b ne peut être représenté uniquement par des éléments passifs indépendants du temps ; la représentation (1 - 4) n'est donc pas réaliste. D'autre part la détermination de $Z_A(\omega)$ est un

problème très complexe et il n'est pas souhaitable que sa résolution soit un préalable aux études de pics de résonance. NUTTALL (1965 b) applique ses conceptions au pic f_T . Il utilise pour $Z_A(\omega)$ la formule de BALMAIN (1964), obtenue dans l'hypothèse du magnétoplasma froid quasi-statique ; cette hypothèse paraît inadaptée au problème traité puisque (NUTTALL 1965 a) l'annulation de V_g à $f \approx f_T$ ne peut être décrite correctement que par une théorie électromagnétique du plasma chaud. Le résultat obtenu dans cette application (décroissance de l'amplitude en $t^{-3/2}$) est en désaccord avec celui de STURROCK (décroissance en t^{-2} , cf. tableau 2) qui, rappelons-le, utilise la théorie quasi-statique du plasma chaud.

Malgré le caractère non définitif des résultats pratiques obtenus, les articles de NUTTALL ont un double intérêt : ils posent le système (1 - 2) dont la résolution permet de trouver exhaustivement les ondes à vitesse de groupe nulle ; ils présentent les pics de résonance en tant que régimes transitoires résultant des propriétés de l'impédance de l'antenne.

Les articles précédents peuvent se résumer par le schéma d'étude suivant



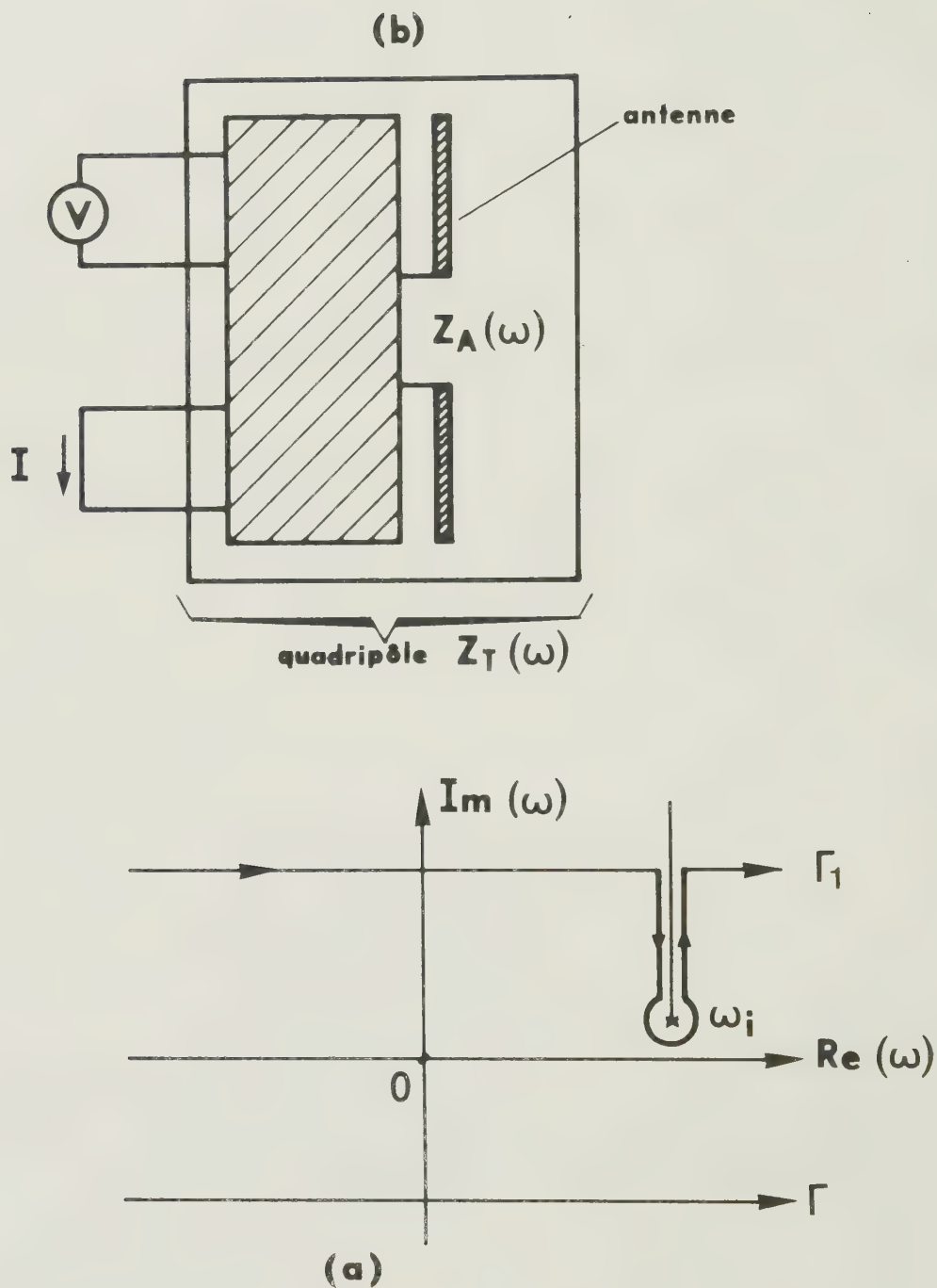


Figure 9 :

- (a) contours d'intégration dans le calcul du régime transitoire
- (b) quadripôle de Nuttall

1.3.1.4. Le champ en $\vec{r}$ quelconque

DEERING et FEJER (D et F), en 1965, reprennent la démarche de STURROCK mais calculent le champ émis $\vec{E}$ en un point quelconque $(\vec{r}, t)$, au lieu de se limiter à $r=0$. Cette extension entraîne des intégrations par rapport à $\vec{k}$, qui sont menées à bien grâce aux hypothèses simplificatrices sur la distribution de courant de l'antenne et à l'utilisation de la méthode du col ; les points cols dans le calcul de $\vec{E}(\vec{r}, t)$ sont $\omega, \vec{k}$, tels que $\vec{V}_g(\vec{k}, \omega) = d\vec{r}/dt$, équation qui se réduit à (1 - 2), si $r=0$ quel que soit t . Les résultats obtenus dans chaque cas méritent d'être examinés car ils apportent un éclaircissement sur les contradictions entre ceux de STURROCK et ceux de NUTTALL.

Au sujet du pic de résonance f_N , le résultat est compatible avec celui de STURROCK et le généralise (accord sur la loi de décroissance ; il subsiste des écarts peu importants, sur les coefficients numériques) ; D et F, discutant l'amortissement LANDAU, montrent que son influence est négligeable sur la décroissance du pic f_N tant que $k \ll \omega$, c'est à dire $V_g < V$, ce qui est le cas dans l'ionosphère. L'examen de leurs résultats (tableau 2) montre l'existence d'une zone entourant l'antenne, d'extension variable au cours du temps, mais dans laquelle le champ est indépendant du point de l'espace.

La loi de décroissance en t^{-2} , trouvée par STURROCK pour le pic à f_T , est retrouvée mais il reste un désaccord qui ne peut s'expliquer par un simple problème de coefficients numériques : l'équation (74) de D et F ne donne une expression réelle que si $f_T < 2f_H$; cette propriété provient du terme en $k^2 v^2$ de leur relation de dispersion (62), dont le coefficient change de signe lorsque f_T passe par la valeur $2f_H$; ce terme n'apparaît pas dans la relation de dispersion (6 - 2) de STURROCK, qui n'est pas établie dans le cadre de l'approximation adiabatique complète de SITENKO et STEPANOV (1957) qui, comme nous le verrons, est le développement de l'équation de VLASSOV, valable pour décrire les ondes de $V_g \approx 0$ à f_T . L'équation (62) de D et F est donc la première à laisser prévoir un changement dans le comportement du pic à f_T lorsque f_T passe par la valeur $2f_H$. La confrontation avec NUTTALL, qui donne une décroissance en t^{-1} , préoccupe D et F qui expliquent ainsi cette divergence : l'expression du champ $E(r, t)$ résulte de l'intégration de $\vec{E}(\vec{k}, \omega)$, dont les valeurs sont concentrées autour d'un point col $(\vec{k}^c, \omega^c)$, qui dépend du point d'observation $(\vec{r}, t)$. L'approximation quasi-statique, utilisée par D et F, s'exprime par $\omega^c/k^c \ll 1$ et entraîne donc une inégalité portant sur $\vec{r}$ et t . La discussion de cette inégalité montre

que les formules de STURROCK et D et F, bien qu'asymptotiques, ne sont pas valables pour les temps longs, pour lesquels on sort du domaine de validité de l'approximation quasi-statique. Au delà de 5 ms environ pour le cas d'Alouette 1, la théorie électromagnétique complète doit être utilisée et on retrouve alors la décroissance en t^{-1} de NUTTALL.

Enfin, l'étude des voisinages de f_H et nf_H est menée à l'aide de formes approchées de l'équation de VLASSOV, et dont la validité est fort malaisée à discuter ; les conclusions sont en contradiction avec celles de STURROCK.

1.3.1.5. Les modes de propagation à vitesse de groupe nulle

Les articles précédents, comme le montrent leurs principaux résultats (tableau 2), tendent tous à calculer, en fonction du temps, l'amplitude, en un point du plasma, du champ émis par une antenne dont la distribution de courant a un spectre plat au voisinage d'une certaine solution $(\omega_i, \vec{k}_i)$ du système (1 - 2). D et M (DOUGHERTY et MONAGHAN 1966), sans chercher à mettre sur pieds de nouvelles expressions de ce champ, apportent cependant une contribution déterminante en donnant la solution générale du système (1 - 2) à partir de l'équation de VLASSOV électromagnétique. Ces auteurs utilisent, pour trouver l'ensemble des singularités, la méthode du pincement, évoquée à l'annexe 1 (paragraphe A-3). Leurs résultats permettent de bien situer dans le cadre général de la propagation des ondes électromagnétiques, tous les modes $(\omega_i, \vec{k}_i)$, solutions de (1 - 2). Ces modes sont appelés dans la suite modes principaux et sont décrits dans le tableau 3. On remarque, comme cela est apparu dans les articles de NUTTALL, qu'à une fréquence f_R de la série principale des pics de résonance, peuvent correspondre plusieurs modes principaux $(\omega_i, \vec{k}_i)$, les ω_i étant voisins de $2\pi f_R$, mais pas nécessairement égaux à cette valeur.

Quelques commentaires sont nécessaires à la bonne compréhension du tableau 3. On sait qu'en propagation perpendiculaire ($\vec{k} \perp \vec{B}_0$), l'équation de dispersion se décompose en deux facteurs. L'un donne en plasma froid le mode magnétoionique ordinaire et a été étudié par DNESTROVSKII et KOSTOMAROV (1961), dans le cadre de l'équation de VLASSOV. L'autre facteur donne en plasma froid le mode magnétoionique extraordinaire ; quand on en fait une étude quasi-statique en plasma chaud, ce même facteur donne des solutions non amorties, radicalement différentes du mode magnétoionique extraordinaire et qui sont les modes de BERNSTEIN (1958), dont FREDRICKS (1968 a) fait une précise étude numérique. Si, dans la description plasma chaud de ces ondes, on ne fait pas l'approximation quasi-

statique, d'une part on modifie les modes de BERNSTEIN qui deviennent les "modes de BERNSTEIN généralisés" (FREDRICKS 1968 b), d'autre part on retrouve le mode magnétoionique extraordinaire, modifié au voisinage des nf_H (DNESTROVSKII et KOSTOMAROV, 1962), de manière à donner lieu à des courbes de dispersion assurant son raccord aux modes de BERNSTEIN généralisés. On peut, en se référant à ces articles, retrouver les modes à vitesse de groupe nulle et fréquence voisine des nf_H (pour $\theta = \pi/2$, il suffit, pour avoir $V_g = 0$, que $d\omega/dk=0$) et constater que D et M n'épuisent pas toutes les possibilités d'annulation de V_g pour nf_H . La discussion de la validité de l'équation de VLASSOV au voisinage des nf_H n'est d'ailleurs pas abordée par ces auteurs.

Dans un article orienté vers l'étude des pics de résonance, SHKAROFSKY (1968) reprend l'étude des modes voisins de nf_H . Il revient sur l'étude de la transition entre modes électrostatiques de BERNSTEIN et modes électromagnétiques. Etant amené, comme les auteurs précédents, à étudier la propagation dans les conditions voisines des modes principaux du tableau 3, il discute l'introduction, dans l'équation de dispersion, de k_z , petite composante de $\vec{k}$ le long du champ magnétique. Cela implique d'abord la tenue en compte d'effets relativistes dès que $k_z c^2/V\omega < 1$ et ensuite la présence d'amortissement cyclotron. Mettant le premier en cause l'hypothèse d'une stricte homogénéité, SHKAROFSKY énonce que l'inhomogénéité naturelle du champ magnétique suffit à ce qu'une petite composante k_z s'introduise comme source d'amortissement des ondes émises. Le champ, calculé de la même manière que par STURROCK (1965), a donc une décroissance exponentielle que l'on ne trouve dans aucun résultat du tableau 2.

1.3.2. Caractères particuliers des modes à vitesse de groupe nulle

Nous venons de retracer l'évolution de l'étude des pics de résonance pendant la période au cours de laquelle s'est développée l'idée qu'ils sont dus à l'émission d'ondes de vitesse de groupe voisine de zéro. A l'aide de l'équation de VLASSOV, ont été définis les "modes principaux", ondes caractéristiques du plasma pour lesquelles se produit l'annulation de la vitesse de groupe. La confrontation avec l'expérience est positive en ce sens que les fréquences des modes principaux (tableau 3) se regroupent autour des fréquences des pics de résonance de la série principale définie expérimentalement au début du chapitre.

Des informations sur la nature des modes principaux peuvent être obtenues par l'examen des paramètres qui les définissent.

SÉRIE PRINCIPALE DES PICS DE RÉSONANCE	MODES PRINCIPAUX				COMMENTAIRES SUR LES MODES PRINCIPAUX ET LA PROPAGATION DANS LEUR VOISINAGE
	ω_i	k_i	θ_i	N° Repère	
f_{xs}, f_{zs} Coupures des modes magnétoioniques	ω_{zs}	0	$\forall \theta$	1	Coupure du mode Z
	ω_{xs}	0	$\forall \theta$	2	Coupure du mode X
	ω_p	0	$\forall \theta \neq 0$	3	Coupure du mode 0
f_p Fréquence de plasma	ω_p	0	0	4	Oscillations de plasma parallèles au champ magnétique pour $\theta = 0, \omega \geq \omega_p$: ondes de Landau pour $\theta \simeq 0, \omega_p > \omega_p$: transition ondes de plasma - mode Z pour $\theta \simeq 0, \omega_p < \omega_p$: transition ondes de plasma - sifflements Au voisinage immédiat du mode principal, la vitesse de la lumière n'intervient pas et l'approximation quasi-statique est correcte.
f_T Fréquence hybride supérieure	$\simeq \omega_T (1 - \frac{a}{c})$	$\simeq \omega_T (\frac{a}{uc})^{1/2}$	$\Pi/2$	5	Oscillations de plasma perpendiculaires au champ magnétique : Transition entre mode magnétoionique z et un mode de Bernstein $k_i \rightarrow \infty$ pour $T \rightarrow 0$ (résonance à $\theta = \Pi/2$ du mode z en plasma froid) $k_i \rightarrow 0$ pour $C \rightarrow \infty$ (coupure d'un mode de Bernstein quasi-statique)
$n f_H$ Gyrofréquence électronique et harmoniques	$\simeq \omega_H \left(0,46 \frac{\omega_p^2}{n^2 \omega_H^2} + 1 \right)$ (inexact pour $n \leq 2$)	$\simeq 2\Pi/R_L$	$\Pi/2$	6	Ondes longitudinales perpendiculaires au champ magnétique noires à k fini, $d\omega/dk = 0$ des modes de Bernstein, légèrement modifiés si on abandonne l'hypothèse quasi-statique. N'existent que pour $n\omega_p > \omega_T$
	$n \omega_H$	∞	$\Pi/2$	7	Ondes longitudinales perpendiculaires au champ magnétique résonances des modes de Bernstein
	$\simeq n \omega_H$ ($n \neq 1$)	$\simeq 2\Pi/R_L$	$\Pi/2$	8	Ondes transversales électromagnétiques : mode ordinaire du plasma chaud (équation 9 - 5 de Dougherty et Monaghan)
	$\simeq n \omega_H$		$\Pi/2$	9	Ondes extraordinaires du plasma chaud (équation 9 - 6 de Dougherty et Monaghan)

T A B L E A U 3

MODES PRINCIPAUX

(Annulation de la vitesse de groupe dans un magnétoplasma décrit par l'équation de Vlasov)

Les modes portant au tableau 3 les numéros 1 à 5 ont des fréquences étroitement liées à la fréquence de plasma. Cela conduit à penser que, dans le mécanisme des pics de résonance correspondants, intervient un volume de plasma ionosphérique assez vaste et suffisamment homogène pour que la fréquence de plasma y ait un sens. Il semble raisonnable d'étudier la propagation des ondes dans un tel volume à partir d'un tenseur diélectrique, comme l'ont fait les auteurs cités au précédent paragraphe.

Pour les trois premiers modes principaux, correspondant à la coupure (cut-off) des modes z, x et o de la théorie magnétoionique, la description diélectrique montre l'absence d'influence de la température. Les expérimentateurs (WARNOCK 1969) considèrent les signaux reçus à f_{XS} et f_{ZS} plus comme des limites de traces d'échos que comme des pics de résonance proprement dits ; cette conception est confirmée par l'examen des enregistrements amplitude-temps. Ces trois premiers modes principaux, parfaitement interprétables par la théorie magnétoionique, sont impropres à être la signature d'effets liés à la température électronique ; nous ne nous y intéresserons plus dans la suite.

Les modes portant les numéros 4 (mode à f_N , appelé simplement "mode plasma" dans la suite) et 5 (mode à f_T , appelé simplement "mode hybride" dans la suite), constitués d'ondes longitudinales, sont caractéristiques du plasma chaud. A leur voisinage, la description diélectrique est valable (l'indice de phase ne prend pas de valeurs trop élevées) et la propagation peut être décrite par des développements limités de l'équation de VLASSOV, comme l'ont mis à profit les auteurs dont les résultats sont consignés au tableau 2. Ce double avantage - présence des effets de température ; validité et aisance de la description diélectrique - donnent aux modes plasma et hybride l'intérêt de correspondre aux pics de résonance qui ont le plus de chance de fournir des effets qui soient à la fois liés à la température électronique et interprétables théoriquement. L'étude d'un tel effet est l'objet de la présente thèse et les chapitres qui suivent seront entièrement consacrés aux modes plasma et hybride.

Les modes n° 6 et suivants (gyrofréquence électronique et harmoniques) frappent par la complexité des équations qui les décrivent. Leur multiplicité et cette complexité n'ont pas permis jusqu'ici de prévoir quel mode a, au voisinage d'un harmonique nf_H donné, l'effet expérimental prépondérant. La description diélectrique est justifiée pour décrire ceux d'entre eux dont le nombre d'onde est

fini (en pratique de 0 à quelques $1/R_L$), mais donne des calculs fort lourds (cf. SHKAROFSKY 1968 et les autres auteurs cités au paragraphe 1.3.1.). L'équation de VLASSOV prévoit certains modes voisins des nf_H ($n \gg 1$) pour lesquels $k \rightarrow \infty$; cette condition est dénuée de signification physique et indique que, pour ces modes, la description diélectrique basée sur l'équation de VLASSOV n'est pas valable. Le fait que la fréquence de plasma n'a pas à jouer un rôle essentiel dans la définition de ces modes montre qu'il est possible que, dans sa réponse à l'excitation par l'antenne, le plasma, en tant que diélectrique collectif, n'aie plus le seul rôle essentiel à jouer. On notera, comme l'ont souligné LOCKWOOD (1963) et JOHNSTON et NUTTALL (1964), que les harmoniques de la gyrofréquence sont présents dans la trajectoire d'un électron soumis d'une part au champ magnétique terrestre et d'autre part à un champ électrique inhomogène (champ dipolaire de l'antenne ou champ dans la gaine). De nouvelles études sont nécessaires, aussi bien théoriques qu'expérimentales, pour démêler l'écheveau des pics de résonance aux nf_H , dont la complexité n'est peut-être qu'apparente.

1.3.3. Ondes directes et échos obliques sur les modes plasma et hybride

La revue qui précède nous a permis d'isoler les modes plasma et hybride et de souligner leur intérêt. Nous allons maintenant concentrer notre attention sur ces modes.

Dans les articles vus jusqu'ici, interprétant les pics de résonance à f_N et f_T par ces modes, et dont le plus riche en résultats est celui de D et F, est faite, entre autres hypothèses, celle de l'homogénéité du plasma. Cette homogénéité est troublée par l'antenne et son support (gaine, sillage) ainsi que par l'existence de gradients naturels pour les paramètres du plasma (champ magnétique terrestre, densité et température électroniques). La simple introduction de l'inhomogénéité due au gradient de densité électronique perturbe profondément le calcul et l'expression du champ électrique émis ; à un champ d'"ondes directes" - qui se réduit au champ calculé par D et F quand le milieu tend vers l'homogénéité - s'ajoute un champ d'ondes réfléchies qui apportent une contribution supplémentaire aux pics de résonance. Ces "échos obliques" ont été introduits par Mc AFEE (1968, 1969 a) qui en a fait l'étude au voisinage de f_N . A chaque composante $(\vec{k}, \omega)$ du spectre spatio-temporel émis dans le plasma, correspond un trajet de groupe (rayon) qui recoupe le plan de la trajectoire du satellite en un point $\vec{r}$ et à un instant t fonctions de $\vec{k}$ et ω . En faisant varier $(\vec{k}, \omega)$ dans tout le spectre émis, on obtient

une infinité de rayons, dont on extrait ceux qui aboutissent en $(\vec{r}, t)$ tels que $\vec{r} = \vec{V}_s t$ et qui, par conséquent, sont interceptés, après réflexion, par le récepteur. Il est possible de prévoir ces échos à l'aide d'une construction géométrique de POEVERLEIN (cf. QUEMADA, 1968, P. 217). Pour $\omega > \omega_p > \omega_H$ et $(\omega - \omega_p)/\omega_p \ll 1$, les surfaces d'indices (lieux de l'extrémité de $\vec{n} = \vec{k}c/\omega$ pour ω donné) correspondent à des ondes longitudinales d'indice élevé dans la région $\theta=0$ et à des ondes transversales d'indice faible dans la région $\theta = \pi / 2$ (AUBRY, BITOUN et GRAFF, 1970). Le raccordement entre ces deux régions donne des surfaces d'indices fortement anisotropes (figure 10). Etant donné un paquet d'ondes défini à l'émission par $(\omega_0, n_0, \theta_0)$, correspondant au point M_0 de la figure 10, connaissant les surfaces d'indice correspondant à ω_0 et aux diverses altitudes $Z_0, Z_1, \dots$ rencontrées, la construction de POEVERLEIN permet de trouver la trajectoire de ce paquet d'ondes. On utilise le fait qu'en chaque point, $\vec{V}_g$ est normale à la surface d'indices, et que, sur la figure 10, le point représentatif du paquet d'ondes se déplace sur une parallèle à la direction du gradient de densité $\vec{\nabla}N$ (loi de DESCARTES généralisée). On peut alors construire le rayon point par point et constater la rapide rotation liée au fait que les ondes longitudinales se concentrent dans une zone conique d'angle faible autour de $\vec{B}_0$ (cône de résonance du plasma froid). Le rayon tracé sur la figure 10 est intercepté par le satellite à l'instant t s'il y passe en $\vec{r}$ tel que

$$\vec{r} = \vec{V}_s t \quad ; \quad t = t_g = \int_{\text{rayon}} \frac{1}{V_g} ds$$

Dans son premier article (1968), Mc AFEE utilise l'approximation quasi-statique et un modèle bidimensionnel où $\vec{\nabla}N$ est perpendiculaire à $\vec{B}_0$ et $\vec{V}_s$; la solution, numérique, utilise une technique de tracé de rayons. Dans son second article (1969 a), il s'affranchit des contraintes du modèle bidimensionnel et de l'approximation quasi-statique. Le principe du retour inverse et les symétries du problème permettent de prévoir la réception simultanée de deux échos de fréquences légèrement différentes et d'amplitudes voisines. Il en résulte un battement par lequel est interprétée la structure en franges de nombreux pics de résonance à f_N (cf. paragraphe 1.2.3.).

Les franges présentes à f_T peuvent également s'interpréter par des échos obliques car, au voisinage de f_T et de $\theta = \pi/2$, les surfaces d'indices ont la même allure, fortement anisotrope, que celles que nous venons de voir au voisinage de $f = f_N, \theta = 0$. L'étude des échos obliques à f_T a été amorcée qualitativement par Mc AFEE (1969 b) et parachevée quantitativement au C. N. E. T. par BITOUN, GRAFF et AUBRY (1970). Dans ce dernier article, où un programme de tracé

de rayons a été utilisé dans le cadre de la théorie adiabatique complète, nous avons calculé en fonction du temps la fréquence des deux échos reçus simultanément à $f \approx f_T$ et nous avons constaté que la possibilité de réception de deux échos disparaît lorsque f_T dépasse $2 f_H$. Cette propriété peut être prévue par la forme des surfaces d'indices, représentées sur la figure 11 :

- $\partial \theta = \frac{\pi}{2}$ existe, pour $f_T < 2 f_H$ seulement, un point limite Γ pour lequel $V_g = 0$, ce qui donne au voisinage de ce point, l'existence d'une zone où les vitesses de groupe peuvent tendre vers zéro.

- on a, pour $f_T < 2 f_H$ seulement, des surfaces d'indices fermées permettant de construire des rayons le long desquels la vitesse de groupe tourne d'un angle supérieur à π et qui repassent donc au voisinage de la zone d'émission. Ces considérations ne démontrent pas de manière absolue l'inexistence des échos obliques à $f_T > 2 f_H$ mais établissent que $f_T > 2 f_H$ est une condition très défavorable à la réception de tels échos. Cette conclusion est en accord avec DOUGHERTY et MONAGHAN (1966), qui notent que le mode principal n° 5 (tableau 3), c'est-à-dire le point Γ de la figure 11, n'existe, pour k réel, que si $f_T < 2 f_H$. La figure 12, donnant, en fonction du temps et pour les valeurs indiquées des autres paramètres, la fréquence des échos reçus, illustre les résultats de Mc AFEE et de BITOUN, GRAFF et AUBRY.

L'étude des échos obliques conduit à la prévision théorique d'un effet observable qui est la réception simultanée de deux échos de fréquences voisines. On peut par conséquent envisager d'interpréter, par le battement entre ces échos, le fait d'observation constitué par les franges présentes sur des pics de résonance à f_N et f_T . En pratique, étant donné une courbe $f_B(t)$ résultant du relevé expérimental de la fréquence des franges (inverse du temps séparant sur l'ionogramme deux franges blanches consécutives) en fonction du temps, la confrontation théorie-expérience conduit à un ajustement des paramètres, essentiellement ω_p, ω_H, H, T , de manière à obtenir, par voie théorique, des échos de fréquences $f_1(t)$ et $f_2(t)$, telles que $|f_1(t) - f_2(t)|$ soit égal, aux erreurs d'expérience près, à $f_B(t)$. L'adoption de valeurs ω_p, ω_H, H, T compatibles avec ce qu'on sait par ailleurs sur les conditions expérimentales apportera la preuve expérimentale que les franges observées sont bien attribuables aux échos prévus théoriquement. Le succès d'une telle confrontation expérience-théorie est du plus grand intérêt. D'une part il apporte la preuve du bien fondé de l'explication théorique proposée pour les franges observées. D'autre part il donne aux sondeurs à relaxation une possibilité nouvelle : ces sondeurs, dont le rôle est d'exciter la série principale

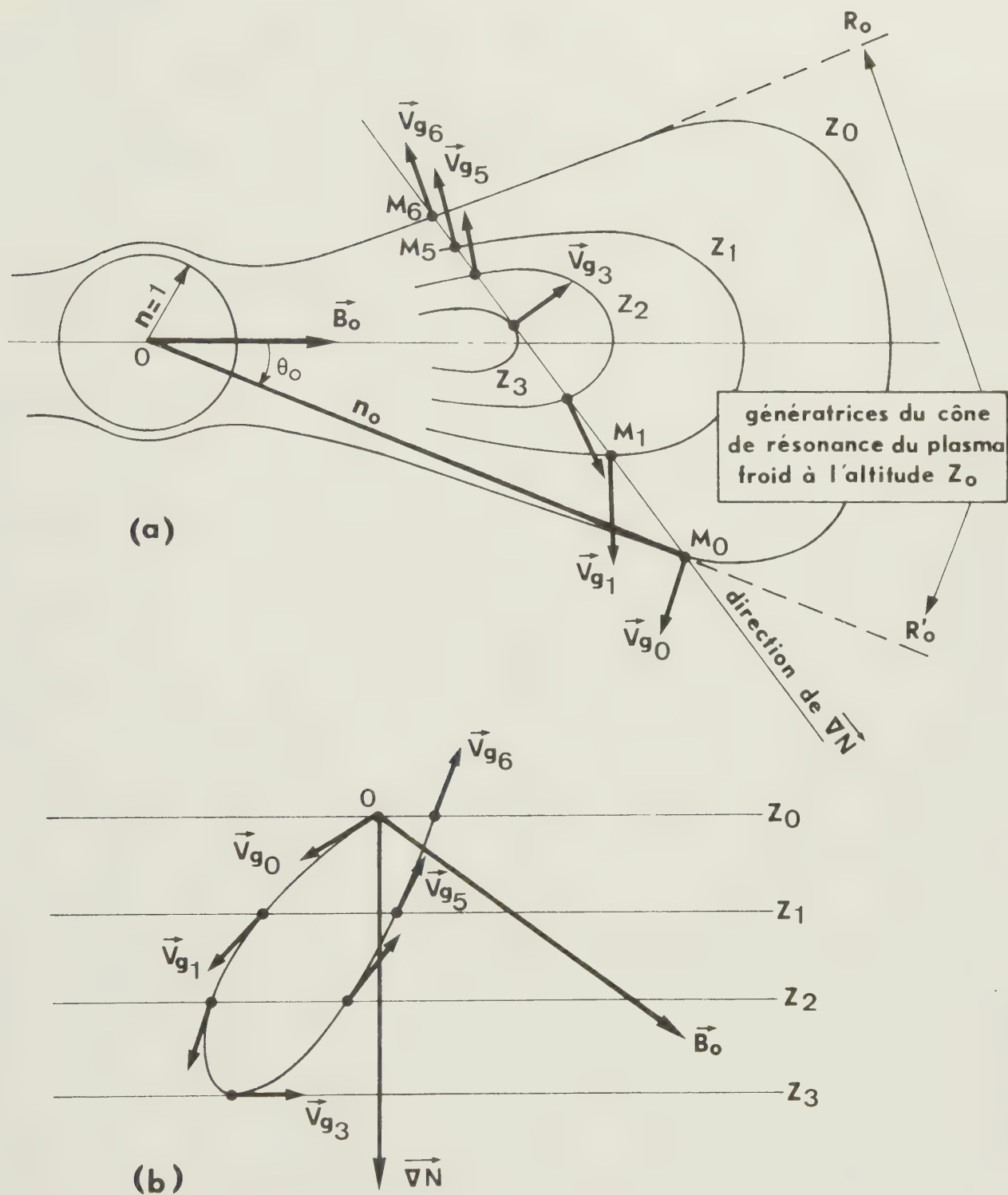


FIGURE 10 : (a) famille de surfaces d'indices $n(\theta)$, solutions de l'équation de dispersion correspondant à une même pulsation ω_0 légèrement supérieure à $\omega_p(Z_0)$ et à diverses altitudes $Z_0, Z_1, Z_2, \dots$ (figure dans le plan $\vec{B}_0, \vec{\nabla}N$)

(b) résultat de la construction de Poeverlein pour le rayon correspondant à un paquet d'ondes émis centré

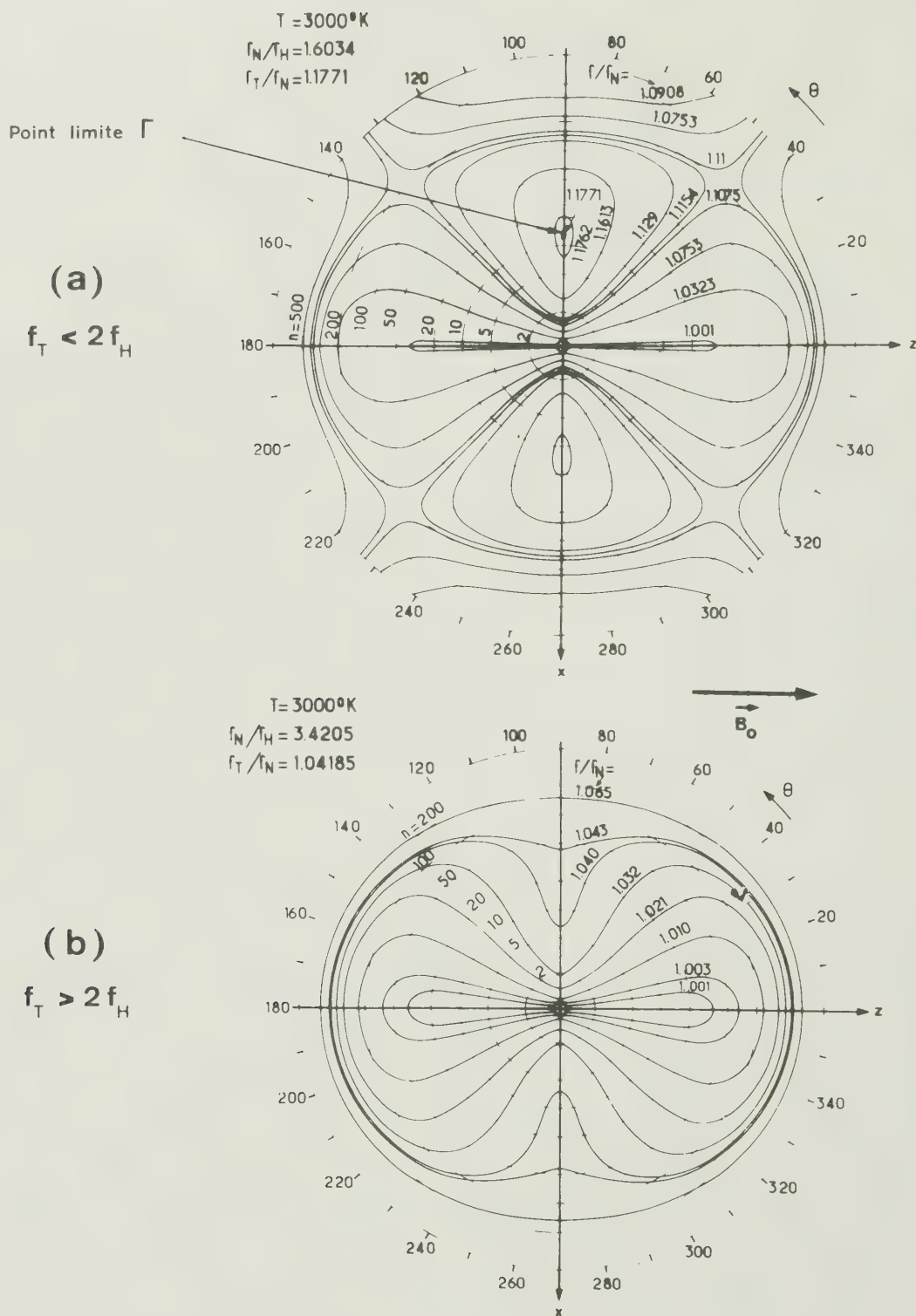


FIGURE 11

FAMILLES DE SURFACES D'INDICES CALCULEES
 POUR DIFFERENTES FREQUENCES DE L'INTERVALLE (f_N , f_T)
 (Echelle logarithmique pour n)

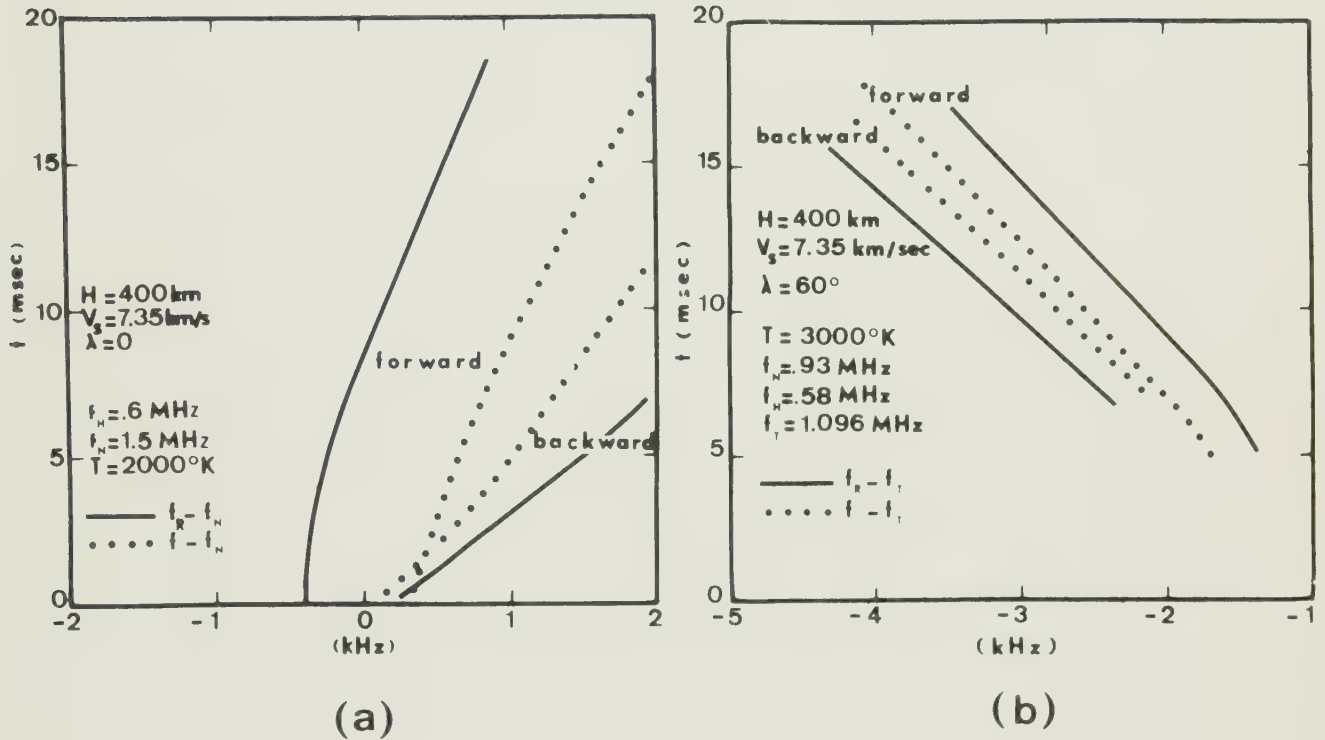


FIGURE 12

FREQUENCE DES ECHOS OBLIQUES INTERCEPTES PAR UN SATELLITE EN
MOUVEMENT HORIZONTAL (RESULTATS OBTENUS PAR TRACE DE RAYONS)

f_R : Fréquence reçue par le satellite

f : Fréquence des mêmes échos dans un repère fixe par rapport
à la Terre

λ : Latitude géomagnétique

Backward et Forward désignent chacun des deux échos

(a) échos obliques au voisinage de f_N (Mc AFEE, 1969 a)

(b) échos obliques au voisinage de f_T (BITOUN, GRAFF, AUBRY, 1970)

des pics de résonance, sont capables de mesurer avec précision f_H et f_N ; si la confrontation précédente est positive, ces sondeurs deviennent propres à donner des informations sur H et T, ce qui peut donner lieu à une évaluation de T si H est connu par ailleurs, par exemple à l'aide d'une restitution précise du profil de densité électronique au voisinage du sondeur. Nous verrons, dans la conclusion, quelles sont les possibilités actuelles de mesure de H.

Avant d'envisager son succès, il faut s'assurer qu'une telle confrontation est possible. Cette possibilité est soumise aux conditions pratiques suivantes :

a) le calcul théorique des fréquences des échos doit être possible lorsque les vecteurs $\vec{V}_N$, $\vec{B}_O$, $\vec{V}_S$ ont des directions imposées par une configuration expérimentale donnée. Cela nécessite un programme de calcul dans lequel $\vec{V}_N$, $\vec{B}_O$, $\vec{V}_S$ peuvent former un trièdre quelconque. Un programme de tracé de rayons limité à la géométrie bidimensionnelle a été mis au point au C. N. E. T. à l'occasion de l'achèvement de l'article de BITOUN, GRAFF et AUBRY et ultérieurement étendu à la géométrie tridimensionnelle par BITOUN (non publié).

b) le temps de calcul doit être assez bref pour permettre à un coût raisonnable l'ajustement des paramètres ω_p , ω_H , H, T... Le nombre de passages du programme de tracé de rayons est en pratique élevé. En effet pour trouver la fréquence d'un écho correspondant à un jeu des paramètres précédents et aboutissant en un point $\vec{r}$ à un instant t donné, il faut tracer toute une famille de rayons que l'on obtient en faisant varier les conditions initiales $(\omega_o, \vec{k}_o)$. Nos essais montrent que la confrontation d'une courbe expérimentale $f_B(t)$ avec la théorie nécessite pour le moins plusieurs dizaines de minutes de calcul sur ordinateur BGE 635.

c) On doit être assuré que la méthode du tracé de rayons est valable. Une telle discussion est difficile lorsque l'on ne dispose que des valeurs numériques délivrées par l'ordinateur et qui résultent de l'intégration d'équations différentielles ; il est préférable, pour la mener à bien, d'avoir la possibilité de faire un retour sur ces équations et de disposer des termes qui les composent.

Dans deux articles successifs, FEJER et YU (1970) et GRAFF (1970) remplissent les conditions b et c, qui n'étaient pas satisfaites dans les études antérieures. La méthode utilisée dans ces deux articles est basée sur l'approximation WKB et repose sur les mêmes hypothèses physiques fondamentales que les méthodes précédentes, axées sur le tracé de rayons. Un allègement important vient du fait

que dans ces articles, la recherche numérique des rayons passant par un point $(\vec{r}, t)$ donné est remplacée par un système d'équations (équations du col), qui est écrit explicitement et dont la validité peut être discutée analytiquement. La résolution de ce système peut même être menée à bien analytiquement moyennant une linéarisation qui permet à FEJER et YU de donner une formulation analytique des fréquences des échos obliques concernant le mode plasma et à GRAFF de faire le même travail au sujet du mode hybride. Lorsque la linéarisation n'est pas valable, les formules analytiques de FEJER et YU et celles de GRAFF sont à remplacer par une résolution numérique des équations du col, mais le temps de calcul nécessaire est considérablement plus court que celui que nécessite la résolution du même problème par le tracé de rayons.

Ces articles de FEJER et YU et de GRAFF ne mettent pas un terme au problème des échos obliques car la condition a (géométrie tridimensionnelle) n'y est pas satisfaite. Deux publications postérieures (GRAFF 1971 a et b) ont eu pour but de présenter la généralisation des articles précédents à la géométrie tridimensionnelle et, dans le cadre de la linéarisation des équations du col, de donner les formules générales des fréquences des échos obliques. Ces deux dernières publications débouchent directement sur le présent travail qui, comme nous l'avons vu dans l'introduction, vise à la fois à en faire la synthèse et à leur apporter des améliorations.



2 - DESCRIPTION DE L'ENSEMBLE PLASMA-ANTENNE AU VOISINAGE DES FREQUENCES DE PLASMA ET HYBRIDE HAUTE

2.1. Equations du plasma homogène

- 2.1.1. Discussion relative aux collisions
- 2.1.2. Adoption d'équations hydrodynamiques
- 2.1.3. Equations de dispersion approchées du mode plasma
- 2.1.4. Equations de dispersion approchées du mode hybride

2.2. Introduction des inhomogénéités naturelles

2.3. Le modèle d'antenne

- 2.3.1. La gaine statique
- 2.3.2. La gaine dynamique
- 2.3.3. Le modèle dipôle court à distribution de courant triangulaire
- 2.3.4. Equations du champ émis sur les modes plasma et hybride par une antenne dans un plasma homogène, cas du dipôle court à distribution de courant triangulaire
- 2.3.5. Tension recueillie par une antenne dipôle court recevant un champ incident

2.4. Conclusions du chapitre 2

- 2.4.1. Relations entre le problème traité et le problème de l'antenne
- 2.4.2. Synthèse pratique du chapitre 2

2.1. Equations du plasma homogène

Il est bien évident que nous n'utiliserons pas au cours de ce travail les équations les plus générales pour représenter le plasma. Nous allons faire de nombreuses simplifications que nous allons décrire et discuter dans le présent paragraphe. Certaines de ces approximations (absence des collisions et de l'amortissement LANDAU) sont classiques, mais pour qu'on puisse accorder crédit aux conclusions des chapitres suivants, il importe de connaître leur domaine de validité et l'ordre de grandeur des erreurs qu'elles impliquent dans chaque application pour ces approximations la discussion consistera essentiellement en applications numériques d'équations connues. Les autres approximations sortent davantage des généralités et sont liées à la forme particulière des équations relatives à chaque mode étudié.

2.1.1. Discussion relative aux collisions

Limitons nous, dans un premier temps, à discuter l'effet des collisions coulombiennes (gaz totalement ionisé). Une synthèse de l'étude des collisions coulombiennes dans un plasma isotrope décrit par l'équation de FOKKER-PLANCK est donnée par SHKAROFSKY, JOHNSTON et BACHYNSKI (1966, chapitre 7). Au terme de cette étude est définie $\langle v_{ei} \rangle$, fréquence moyenne des collisions entre les électrons et les ions (de densité égale à celle des électrons et de charge Ze) :

$$\langle v_{ei} \rangle = \left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/2} \omega_p \frac{\ln \Lambda}{\Lambda} \quad (2 - 1)$$

où

$$\Lambda = \frac{12 \pi N L_D^3}{Z} = 1,24 \times 10^7 T^{3/2} N^{-1/2} Z^{-1} \quad (2 - 2)$$

La quantité $\langle v_{ei} \rangle$ est à introduire au second membre de l'équation d'évolution de la fonction de distribution simple des électrons sous la forme

$$(\delta f_1 / \delta t)_{ei} = - \langle v_{ei} \rangle f_1 \quad (2 - 3)$$

et son introduction est correcte sous cette forme lorsque le spectre des grandeurs de champ dont on étudie l'évolution ne contient que des fréquences ω telles que

$$|\omega| \gg \langle v_{ei} \rangle \quad (2 - 4)$$

Comme on peut le voir en calculant le tenseur diélectrique à partir de (2-3), les collisions n'ont d'effet sensible, sur l'évolution de ces grandeurs, qu'au bout d'un temps $t_{ei} = 1 / \langle v_{ei} \rangle$ et sont donc négligeables tant que l'intervalle de temps total t_e pendant lequel on étudie l'évolution des grandeurs est tel que

$$t_e \ll t_{ei} = 1 / \langle v_{ei} \rangle \quad (2 - 5)$$

Dans le problème traité ici, relatif aux voisinages de ω_p et ω_T , la fonction de distribution simple des électrons varie pendant la durée d'une interaction coulombienne c'est-à-dire pendant le temps mis par un électron thermique pour traverser une sphère de DEBYE, puisque l'inégalité $1/\omega \gg L_D/V$, qui n'est autre que $\omega < \omega_p$, n'est pas satisfaite. A de telles "hautes fréquences" la théorie de l'équation de FOKKER-PLANCK, basée sur cette inégalité, n'est pas valable et un procédé d'étude correct consiste à développer la hiérarchie de BBGKY en puissances croissantes du petit paramètre $g = 1/NL_D^3$, ce qui, néanmoins, permet de définir une fréquence de collisions dans le tenseur diélectrique du plasma (OBERMAN, RON et DAWSON, 1962). L'introduction du champ magnétique complique encore le problème (DAWSON et OBERMAN, 1963). Cependant les résultats obtenus par les auteurs de ces études autorisent la conclusion suivante : les effets collectifs tendent à diminuer l'effet des collisions, c'est-à-dire à introduire une fréquence de collisions décroissante en fonction de la fréquence, sauf au voisinage des gyrofréquences. Enfin, selon Mc BRIDE (1969), la tenue en compte des corrélations entre électrons n'apporte qu'une correction minime.

Dans le cas de l'ionosphère, où l'on ne rencontre pratiquement que des ions chargés une fois positivement, l'application numérique de (2-1) et (2-2) donne

$$\langle \nu_{ei} \rangle_{\text{Hz}} = 3,63 \times N \frac{T^{-3/2}}{\text{cm}^{-3}} \ln \Lambda \quad (2 - 6)$$

La figure 13 donne une application numérique de cette formule, les valeurs de N et T portées en fonction de l'altitude étant fournies par le sondeur à diffusion incohérente du C. N. E. T. à Sant Santin de Maurs (Cantal) et relatives au 22 octobre 1970 entre 8 h et 9 h TU (BAUER, communication privée). Si on remarque d'une part que le maximum de la densité électronique est particulièrement élevé dans cet exemple, d'autre part que, lorsque l'altitude croît au delà des valeurs portées sur la figure 13, N décroît et T croît, on peut conclure qu'aux altitudes nettement supérieures à 500 km, les collisions sont négligeables ; le temps d'écoute total d'un pic de résonance est inférieur à t_{ei} dans ce cas. Cette situation est celle des satellites sondeurs en contre-haut (cf. tableau 1). A l'approche du maximum de la couche F, lorsque l'altitude décroît, on constate que t_{ei} diminue fortement ; l'amortissement par collisions e - i est prévisible pour les pics de résonance excités dans cette région. La fusée EIDI 2, tirée au Centre d'Essais des Landes pendant le sondage qui a donné lieu aux courbes de la

figure 13, a franchi toutes les altitudes, depuis 500 km environ, jusqu'à la base de l'ionosphère. Moyennant les réserves qu'impose le caractère encore inachevé de leur dépouillement, les résultats fournis par la fusée EIDI 2 (HIGEL, 1971) vont dans le sens des prévisions précédentes : dans la partie inférieure du vol les pics de résonance à f_N sont fortement amortis alors qu'au dessus de 350 km ils ont encore un niveau mesurable lorsque sont écoulées les 2 ms de la phase de réception.

Citons pour mémoire les collisions électrons-neutres. Leur fréquence, évaluée sur l'exemple précédent, d'après les formules données par BANKS (1966), est de 5 Hz à 300 km et 20 Hz à 225 km. C'est aux altitudes nettement inférieures à 200 km que ces collisions interviennent.

Dans la suite, on ne tiendra pas compte des collisions, ce qui est parfaitement justifié aux altitudes supérieures à 1000 km et pratiquement assez correct entre 500 et 1000 km. Cette hypothèse s'applique donc à la quasi-totalité des conditions des satellites sondeurs en contre-haut et *a fortiori* au cas d'expériences se déroulant aux altitudes plus élevées. Au contraire, il faudra tenir compte des collisions dans l'interprétation complète des données des fusées EIDI.

2.1.2. Adoption d'équations hydrodynamiques

Il ressort de la précédente discussion que nous pouvons adopter l'équation de VLASSOV pour étudier la propagation dans l'ionosphère considérée comme magnétoplasma homogène. Cette équation entraîne un tenseur diélectrique (cf. STIX 1962, chapitre 8) dont la forme compliquée donne lieu à une équation de dispersion dont la résolution n'a pas encore été possible de manière générale en dehors des directions $\theta=0$ et $\theta=\pi/2$. Si on néglige l'amortissement LANDAU et si on développe les termes de ce tenseur au premier ordre par rapport à τ , on obtient le tenseur diélectrique de la théorie adiabatique complète, qui est d'un maniement beaucoup plus aisé. Pour la suite de ce travail, il importe de connaître l'erreur commise en utilisant un tel tenseur diélectrique pour calculer la vitesse de phase et la vitesse de groupe d'une onde caractéristique du plasma. On peut, pour évaluer cette erreur, utiliser les résultats d'une étude antérieure (AUBRY, BITOUN et GRAFF, 1970) au cours de laquelle, pour les valeurs $\theta=0$ et $\theta=\pi/2$, ont été résolues les équations de dispersion respectivement déduites de l'équation de VLASSOV

et de la théorie adiabatique. Il ressort de cette étude que, dans les conditions adoptées dans la suite ($\underline{f_N}$, $\theta \approx 0$ et $\underline{f_T}$, $\theta \approx \pi/2$; T modérée), la théorie adiabatique permet de déterminer V_ϕ et V_g avec des erreurs nettement inférieures à celles qui trouvent leur origine en d'autres sources et que nous discuterons plus loin. C'est pourquoi nous adoptons désormais les équations de la théorie adiabatique complète, rappelées à l'annexe 1 (paragraphe A.5.1.).

2.1.3. Equations de dispersion approchées du mode plasma

L'équation de dispersion de la théorie adiabatique complète, bien que beaucoup plus simple que celle déduite de l'équation de VLASSOV, est cependant trop compliquée pour permettre l'étude analytique des échos obliques que nous avons en vue. Pour réaliser cette étude, nous avons profité de la possibilité d'obtenir, à l'aide de développements limités, des équations plus simples et moins générales que celles de la théorie adiabatique complète, mais néanmoins valables pour décrire des modes d'ondes particuliers. Nous détaillons ici l'équation spécialisée de ce type qui a été utilisée au voisinage de f_N .

Les ondes qui nous intéressent sont représentées par les portions des surfaces d'indices voisines du mode principal n° 4 (tableau 3) introduit au paragraphe 1-3-3. Pour ces ondes, les quantités $1/n$, τ , $1-X$, θ^2 sont petites, en pratique au plus égales à quelques 10^{-2} ; des équations spécialisées s'obtiennent en développant l'équation complète à un ordre donné par rapport aux quatre quantités précédentes. L'équation complète s'écrit (cf. annexe 1, paragraphe A.5.1.) :

$$\alpha_1 \tau + \alpha_0 + \beta_1 \tau \cdot \frac{1}{n^2} + \beta_0 \cdot \frac{1}{n^2} + \gamma_1 \tau \cdot \frac{1}{n^4} + \gamma_0 \cdot \frac{1}{n^4} = 0 \quad (2-7)$$

l'équation spécialisée d'ordre 2 est :

$$\alpha_1 \tau + \alpha_0 + \beta_0 \cdot \frac{1}{n^2} = 0 \quad (2-8)$$

dans lesquelles α_0 , α_1 , β_0 doivent être respectivement calculés aux ordres 2, 1, 0, soit, à partir des formules de l'annexe 1, n étant une quantité quelconque d'ordre 1 :

$$\alpha_1 = -3-\theta^2 \left[\frac{Y_N^4 - 3Y_N^2 + 6}{(1-Y_N^2)^3} - 3 \right] - \frac{3\theta^4}{(1-Y_N^2)(1-4Y_N^2)} + 3 \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega_p^2} + O(\eta^2)$$

$$\alpha_0 = -\frac{Y_N^2 \theta^2}{1-Y_N^2} + \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega_p^2} + O^2 \cdot \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega_p^2} \left(\frac{1}{1-Y_N^2} - \frac{1}{2} \right) + \frac{Y_N^2}{1-Y_N^2} \cdot \frac{\theta^4}{3} - \left(\frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega_p^2} \right)^2 + O(\eta^3)$$

$$\beta_0 = 0 + O(\eta)$$

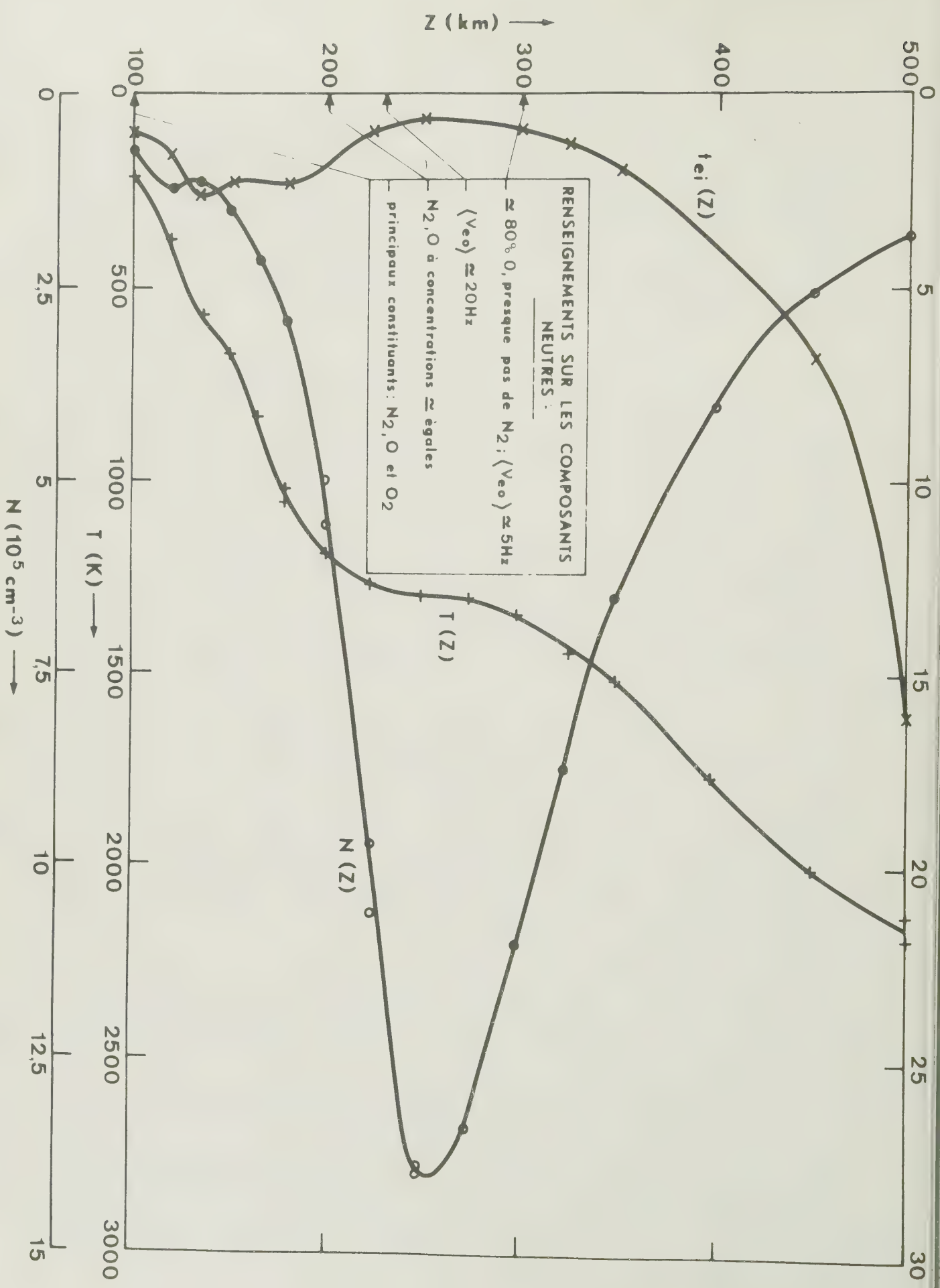


Figure 13 : Variation de paramètres ionosphériques en fonction de l'altitude (Saint-Santin-de-Maurs (Cantal) 22 octobre 1970, 8 h à 9 h T.U.).

Afin d'étudier des cas où f_N est proche de $2f_H$, le développement a été poussé de manière à inclure les cas où $1-4Y_N^2=0(n)$, ce qui explique la présence du terme en θ^4 dans α_1 . A partir de ces expressions on obtient l'équation de dispersion spécialisée d'ordre 2 :

$$\begin{aligned}
 & \text{(termes d'ordre 1)} && \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega_p^2} - \frac{Y_N^2}{1-Y_N^2} \theta^2 - 3\tau_N \\
 & \text{(termes d'ordre 2 sans effet de température)} && + \theta^2 \cdot \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega_p^2} \left(\frac{1}{1-Y_N^2} - \frac{1}{2} \right) + \frac{Y_N^2}{1-Y_N^2} \cdot \frac{\theta^4}{3} - \left(\frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega_p^2} \right)^2 \\
 & \text{(termes d'ordre 2 avec effet de température)} && - \tau_N \theta^2 \cdot \left[\frac{Y_N^4 - 3Y_N^2 + 6}{(1-Y_N^2)^3} - 3 \right] + 3\tau_N \cdot \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega_p^2} \\
 & \text{(terme d'ordre 3 si } 1-4Y_N^2 = 0 \text{ (1) et d'ordre 2 si } 1-4Y_N^2=0(n)) && \frac{3\tau_N \theta^4}{(1-Y_N^2)(1-4Y_N^2)} \\
 & && = 0
 \end{aligned} \tag{2-9}$$

En vue de la discussion des calculs d'échos obliques présentés plus loin il importe de connaître la précision avec laquelle on calcule la vitesse de groupe

$$\vec{V}_g = \frac{\partial \omega}{\partial \vec{k}} = - \frac{\partial D / \partial \vec{k}}{\partial D / \partial \omega} \tag{2-10}$$

à partir de l'équation (2-9). Nous nous sommes rendu compte, à l'aide de programmes de calcul antérieurement établis (AUBRY, BITOUN et GRAFF, 1970), que, dans nos applications, la plus grande erreur sur $\vec{V}_g$ vient du passage de la théorie adiabatique complète à l'équation (2-9) et non de l'abandon de l'équation de VLASSOV au profit de la théorie adiabatique complète. Dans les conditions d'application envisagées, l'erreur sur $\vec{V}_g$, calculé par (2-9), sera donc l'écart entre cette grandeur et celle déduite de la théorie adiabatique complète.

La comparaison entre les valeurs de $\vec{V}_g$ obtenues de ces deux manières est illustrée ci-après sur trois exemples pour lesquels on a limité l'équation (2-9) à ses trois premiers termes, c'est-à-dire que l'équation simplifiée :

$$\frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega_p^2} - \frac{Y_N^2}{1-Y_N^2} \cdot \theta^2 - 3\tau_N = 0 \tag{2-11}$$

a été adoptée. Au même ordre d'approximation, cette équation s'écrit aussi

$$D(k_z, k_\perp, \omega) = k_\perp^2 - \frac{\omega_p^2 - \omega_H^2}{\omega_p^2 \omega_H^2} \cdot \left[k_z^2 (\omega^2 - \omega_p^2) - 3k_z^4 V^2 \right] = 0 \tag{2-12}$$

donnant lieu à une vitesse de groupe dont les composantes sont :

$$\left. \begin{aligned} v_{gz} &= \frac{6k_z^2 V^2 - (\omega^2 - \omega_p^2)}{k_z \omega_p} \\ v_{g\perp} &= \frac{k_\perp^2}{k_z^2} \cdot \frac{\omega_p \omega_H^2}{\omega_p^2 - \omega_H^2} \end{aligned} \right\} \quad (2-13)$$

Les trois exemples, pour lesquels $f_N = 1$ MHz, $T = 4\,500^\circ$ K, se distinguent par les valeurs de f_H . Le premier exemple (a ; $f_H = 0,488$ MHz) correspond à l'ionogramme d'ISIS 1 traité par WARNOCK, Mc AFEE et THOMPSON (1970) ; il est remarquable par le fait que f_N est voisin de $2 f_H$; en effet $(f_N - 2 f_H)/2 f_H = 0,024$. Dans le deuxième exemple (b : $f_H = 0,732$ MHz), f_N est à peu près au milieu de l'intervalle $(f_H, 2 f_H)$. Le troisième exemple (c : $f_H = 0,94$ MHz) correspond à f_N voisin de f_H : $(f_N - f_H)/f_N = 0,06$. Les résultats portant sur le module V_g et la direction $\beta = (B_o, V_g)$ de la vitesse de groupe sont donnés sur la figure 14 et appellent les commentaires suivants :

- En propagation parallèle ($\theta = 0$), (2-9) se réduit à l'équation de BOHM et GROSS et V_g est indépendant de la valeur de f_H , ce qui apparaît au point B de la figure 14.

- Il existe un écart entre V_g calculé selon (2-13) et V_g calculé selon la théorie adiabatique complète. Cet écart, insensible à l'échelle de la figure pour l'exemple a, est faible (5 %) pour l'exemple b, mais pour l'exemple c, (2-13) détermine V_g avec une erreur qui atteint 40 % par défaut et β avec une erreur qui atteint environ 10 degrés par défaut.

Lorsque Y_N est voisin de 1, on ne peut négliger dans (2-9) le terme proportionnel à $(1 - Y_N^2)^{-3}$; en effet, pour $Y_N = 0,94$ on a $(1 - Y_N^2)^{-3} = 5,8 \times 10^2$, ce qui conduit à adjoindre ce terme correctif à (2-11) pour obtenir une équation décrivant de manière plus précise la propagation pour f_N voisin de f_H . Ainsi est obtenue l'équation

$$\frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega_p^2} - \frac{Y_N^2}{1 - Y_N^2} \cdot \theta^2 - 3 \tau_N - \tau_N \theta^2 \cdot \frac{Y_N^4 - 3Y_N^2 + 6}{(1 - Y_N^2)^3} = 0$$

ou, au même ordre d'approximation,

$$k_\perp^2 \cdot \frac{Y_N^2 \omega_p^2}{1 - Y_N^2} \left[1 + \frac{k_z^2 V^2}{\omega_p^2} \cdot \frac{Y_N^4 - 3Y_N^2 + 6}{Y_N^2 (1 - Y_N^2)^2} \right] - k_z^2 (\omega^2 - \omega_p^2 - 3k_z^2 V^2) = 0 \quad (2-14)$$

donnant lieu, pour la vitesse de groupe, aux expressions

$$\left. \begin{aligned} v_{gz} &= \frac{1}{k_z \omega_p} \left[6 k_z^2 V^2 - (\omega^2 - \omega_p^2) + k_\perp^2 V^2 \cdot \frac{Y_N^4 - 3Y_N^2 + 6}{(1 - Y_N^2)^3} \right] \\ v_{g\perp} &= \frac{k_\perp^2}{k_z^2} \cdot \frac{\omega_p \omega_H^2}{\omega_p^2 - \omega_H^2} \left[1 + \frac{k_z^2 V^2}{\omega_p^2} \cdot \frac{Y_N^4 - 3Y_N^2 + 6}{Y_N^2 (1 - Y_N^2)^2} \right] \end{aligned} \right\} \quad (2-15)$$

qui ont été appliquées numériquement sur la figure 14, sur laquelle il apparaît que, dans le cas où $(f_N - f_H)/f_H \approx 0,06$, l'erreur commise sur V_g calculé par (2-15) est 3 à 5 fois plus faible que celle sur V_g calculé par (2-13). A partir du développement (2-9) nous avons déduit deux équations simplifiées. L'une (2-12), donnant lieu à la vitesse de groupe (2-13) est une approximation d'ordre η de l'équation de la théorie adiabatique complète et est valable tant que $(1-Y_N^2)^{-1}$ et $(1-4Y_N^2)^{-1}$ sont d'ordre η^0 . Quand $(1-Y_N^2)^{-3} = O(\eta^{-1})$ c'est-à-dire f_N voisin de f_H , un terme supplémentaire d'ordre η s'introduit ; l'équation (2-14) est obtenue et, avec elle, la vitesse de groupe (2-15). On remarque, en examinant (2-9), que l'éventualité $(1-4Y_N^2)^{-1} = O(\eta^{-1})$ (f_N voisin de $2 f_H$) introduit un terme supplémentaire d'ordre η^2 et non η . Ce qui revient à dire, en termes moins précis, mais plus imagés, que les équations précédentes autorisent f_N à s'approcher beaucoup plus près de $2 f_H$ que de f_H ; cette conclusion s'accorde bien avec les observations que l'on peut faire de la figure 14.

2.1.4. Equations de dispersion approchées du mode hybride

Les équations, représentant les portions de surfaces de dispersion voisines (figure 11) du point Γ ($\omega \approx \omega_T(1 - \frac{au}{c})$; $k \approx (\frac{a}{uc})^{1/2} \omega_T$; $\theta = \frac{\pi}{2}$) qui définit (tableau 3) le mode principal n° 5, sont établies selon un processus analogue à celui du paragraphe précédent.

Les petits paramètres, par rapport auxquels on procède aux développements limités conduisant aux équations spécialisées, sont ici $1/n^2$, τ , $1-X-Y^2$, ψ^2 . Le choix de tels paramètres est dicté par la considération du domaine dans lequel on envisage les applications numériques, ici le voisinage du point Γ . L'équation d'ordre 1 déduite de (2-7) est

$$n^2 (\alpha_1 \tau + \alpha_0) + \beta_0 = 0 \quad (2 - 8)$$

équation dans laquelle α_0 , α_1 , β_0 doivent être respectivement calculés aux ordres 1, 0 et 0 :

$$\begin{aligned} \alpha_0 + \tau \alpha_1 &= \frac{1}{X_T} \left(1 - \frac{\omega_T^2}{\omega^2}\right) + Y_T^2 \psi^2 - \frac{3\tau_T}{1-4Y_T^2} + O(\eta^2) \\ \beta_0 &= Y_T^2 + O(\eta) \end{aligned}$$

on en déduit l'équation :

$$k_z^2 - \frac{1}{a^2 \omega_T^2 c^2} \left[k_{\perp}^2 c^2 (\omega_T^2 - \omega^2) - k_{\perp}^4 c^2 u^2 - a^2 \omega_T^4 \right] = 0 \quad (2 - 16)$$

donnant lieu à une vitesse de groupe de composantes :

$$\left. \begin{aligned} V_{gz} &= \frac{k_z}{\omega_T} \cdot \left(\frac{a\omega_T}{k_1} \right)^2 \\ V_{g1} &= - \frac{1}{k_1 \omega_T} \left(\omega_T^2 - \omega^2 - 2k_1^2 u^2 \right) \end{aligned} \right\} \quad (2-17)$$

Parallèlement à ce que l'on a vu au paragraphe précédent, deux exemples d'applications numériques de ces formules mettent en évidence la divergence de termes d'ordre supérieur, au voisinage de f_H et $2f_H$. Dans le premier exemple, où $T = 3\,000^\circ \text{ K}$, $f_H = 0,58 \text{ MHz}$, $f_N = 0,93 \text{ MHz}$, les fréquences $f_T = 1,096038 \text{ MHz}$ et $2f_H = 1,16 \text{ MHz}$ sont relativement voisines, puisque $(2f_H - f_T)/2f_H \approx 0,064$. Cet exemple correspond à l'application numérique présentée par BITOUN, GRAFF et AUBRY (1970). Dans le second exemple f_T est voisin de f_H : $f_N = 0,19 \text{ MHz}$, $f_H = 0,58 \text{ MHz}$, $f_T = 0,610328 \text{ MHz}$, $(f_T - f_H)/f_H \approx 0,06$. Les figures 15 (résolution de l'équation de dispersion en propagation perpendiculaire et oblique) et 16 (composantes de la vitesse de groupe) donnent des comparaisons entre les résultats des formules (2-16) et (2-17) et ceux déduits de la théorie adiabatique complète. Les conclusions sont les suivantes :

- Le cas $(f_T - f_H)/f_H \approx 0,06$ correspond à une détermination précise de $\vec{V}_g$ (écarts inappréciables sur les figures).
- Le cas $(2f_H - f_T)/2f_H \approx 0,064$ donne une précision qui se dégrade rapidement lorsque $f_T - f$ et k_1 croissent, l'erreur atteignant environ 12 % sur V_{g1} à l'extrémité de l'intervalle exploré.

A la suite de ces applications, nous avons été amené à retenir, parmi les termes de second ordre non écrits dans (2-16), celui qui diverge au voisinage de $f_T = 2 f_H$; Ainsi obtient-on les expressions de l'équation de dispersion :

$$k_z^2 - \frac{1}{a^2 u_T^2 c^2} \left[k_1^2 c^2 (\omega_T^2 - \omega^2) \left(1 + \frac{k_1^2 u^2}{\omega_T^2} \right) + \frac{k^2 u^2}{4 Y_T^2 - 1} - k_1^4 c^2 u^2 - a^2 \omega_T^4 \right] = 0 \quad (2 - 18)$$

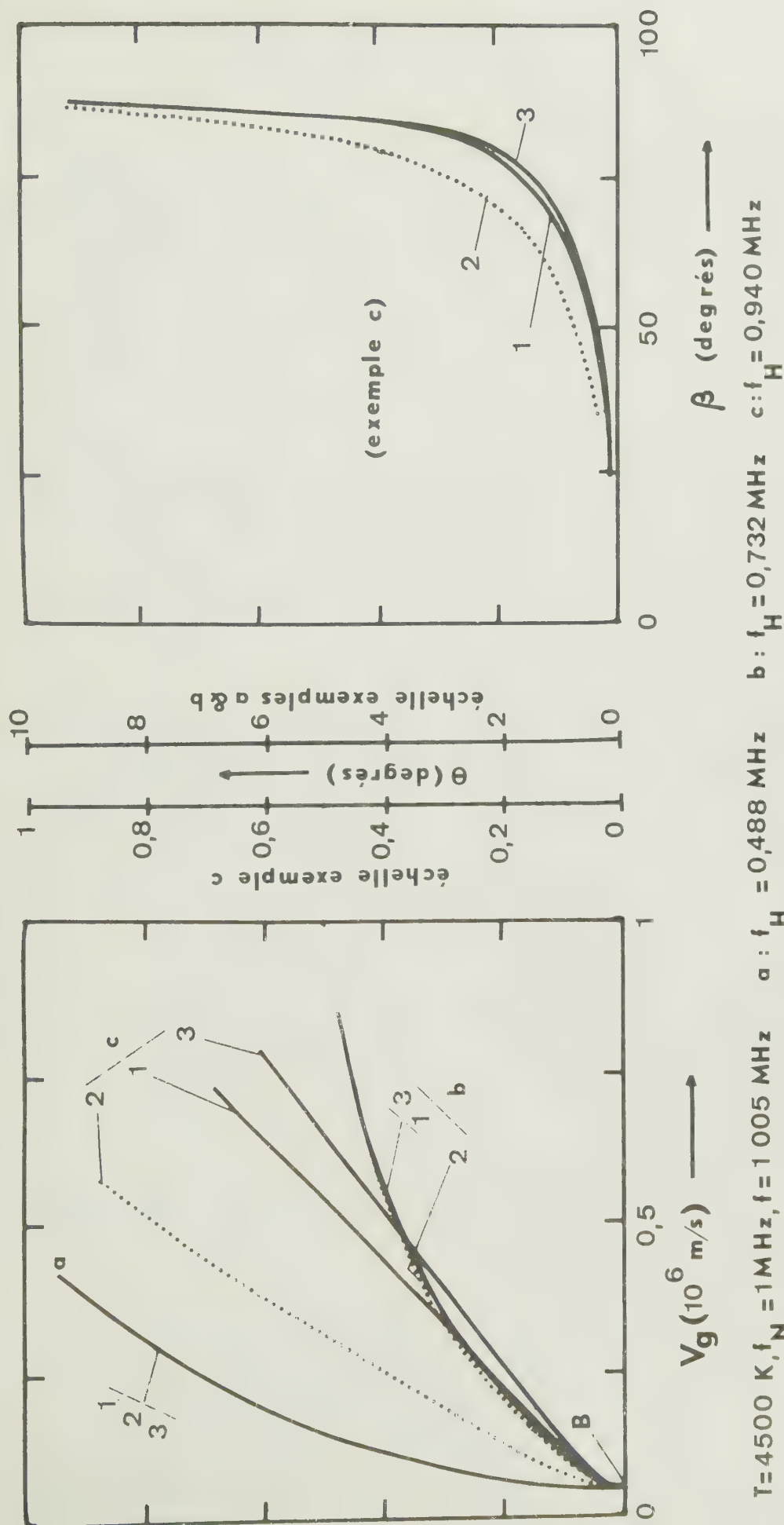


FIGURE 14

VITESSE DE GROUPE DU MODE PLASMA

nature des équations de dispersion utilisées :

- (1) théorie adiabatique complète
- (2) équation approchée (2-12)
- (3) équation approchée (2-14)

et de la vitesse de groupe :

$$\left. \begin{aligned} V_{gz} &= \frac{k_z}{\omega_T} \cdot \left(\frac{a}{k_z^2} \right)^2 \cdot \left(1 - \frac{k_z^2 u^2}{\omega_T^2} \cdot \frac{4 Y_T^2}{4 Y_T^2 - 1} \right) \\ V_{g1} &= - \frac{1}{k_z \omega_T} \left[(\omega_T^2 - \omega^2) \cdot \left(1 + \frac{k_z^2 u^2}{\omega_T^2} \cdot \frac{4 Y_T^2}{4 Y_T^2 - 1} \right) - 2 k_z^2 u^2 \cdot \left(1 - \frac{k_z^2 u^2}{\omega_T^2} \cdot \frac{4 Y_T^2}{4 Y_T^2 - 1} \right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (2 - 19)$$

Comme il apparaît sur les figures 15 et 16, l'adoption de ces formules réduit dans un rapport 5 environ la plus forte erreur commise sur V_g dans l'exemple où f_T est voisin de $2 f_H$.

Contrairement à ce qui a été vu au paragraphe précédent pour f_N , les équations spécialisées au voisinage de f_T permettent à cette fréquence de s'approcher plus près de f_H que de $2 f_H$. Comme précédemment, cette conclusion, obtenue à l'aide de développements limités, est bien conforme à ce qu'on observe sur les figures.

Les équations spécialisées que nous venons d'établir aux paragraphes 2.1.3 et 2.1.4 seront appliquées plus loin au calcul des échos obliques. Pour chaque application l'imprécision découlant de leur utilisation pourra s'évaluer, soit grossièrement par calcul des paramètres de développement (l'erreur étant de l'ordre du carré du plus grand de ces paramètres), soit avec précision par des comparaisons, avec la théorie adiabatique complète. Nous disposons de programmes de calcul permettant d'accomplir aisément de telles comparaisons, aussi bien en ce qui concerne les courbes de dispersion que les vitesses de groupe. Ces programmes ont été utilisés pour établir les courbes des figures 14 à 16. En vue des applications au voisinage de f_H et $2f_H$, rappelons que la théorie adiabatique complète ne peut être utilisée que si (n entier) :

$$\left| \frac{\omega - n\omega_H}{k_z v} \right| \gg 1$$

et

$$\frac{k^2 v^2}{\omega_H^2} \gg 1$$

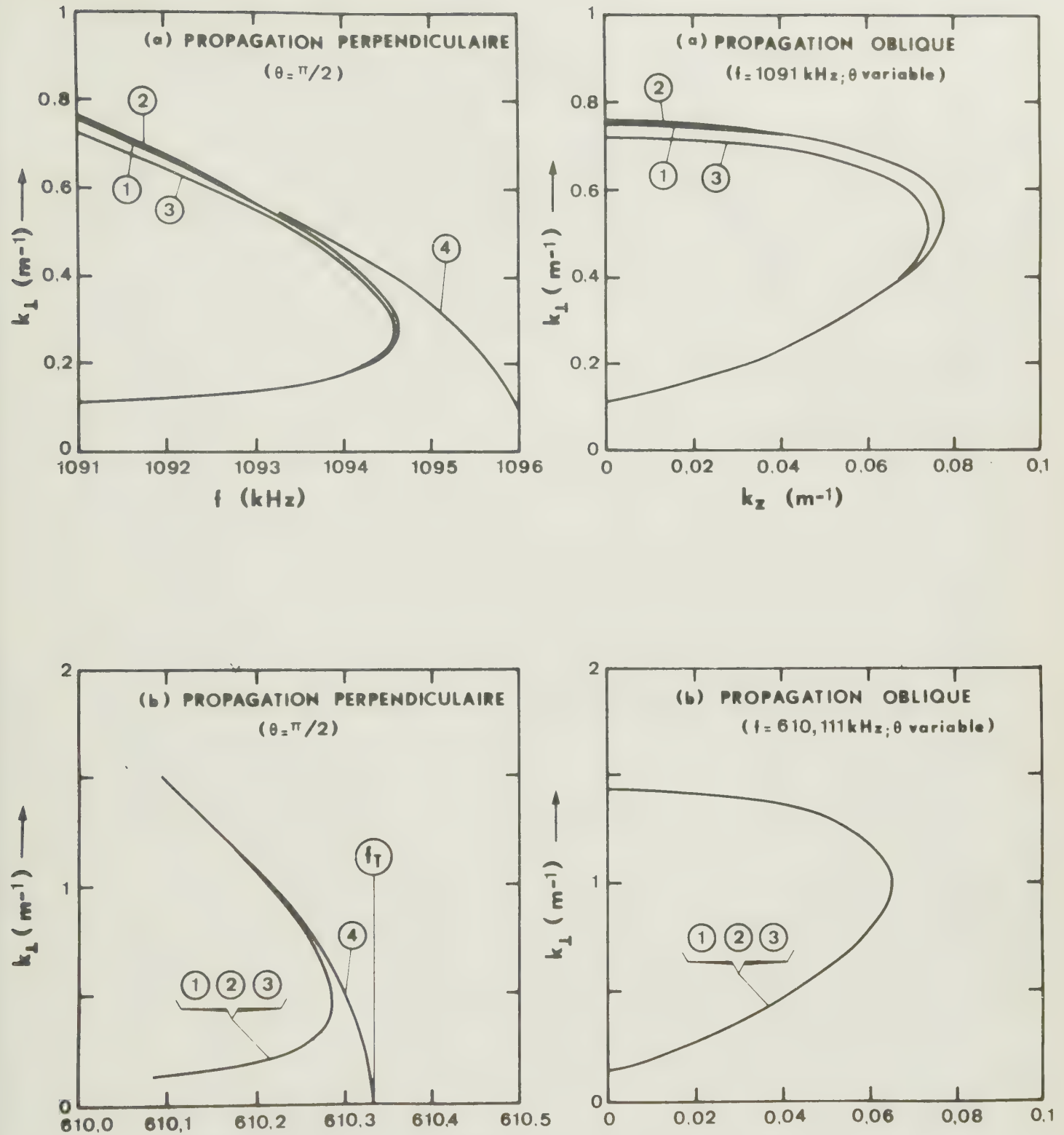


Figure 15

courbes de dispersion du mode hybride (dans ces exemples, $T = 3000^\circ\text{K}$)

Nature des équations de dispersion utilisées :

- (1) théorie adiabatique complète
- (2) équation approchée (2-18)
- (3) équation approchée (2-16)
- (4) approximation quasi-statistique

L'exemple (a) montre l'influence du terme correctif de (2-18) lorsque $f \sim 2f_c$. L'équation (2-26) reste précise lorsque $f \approx f_c$, comme le montre

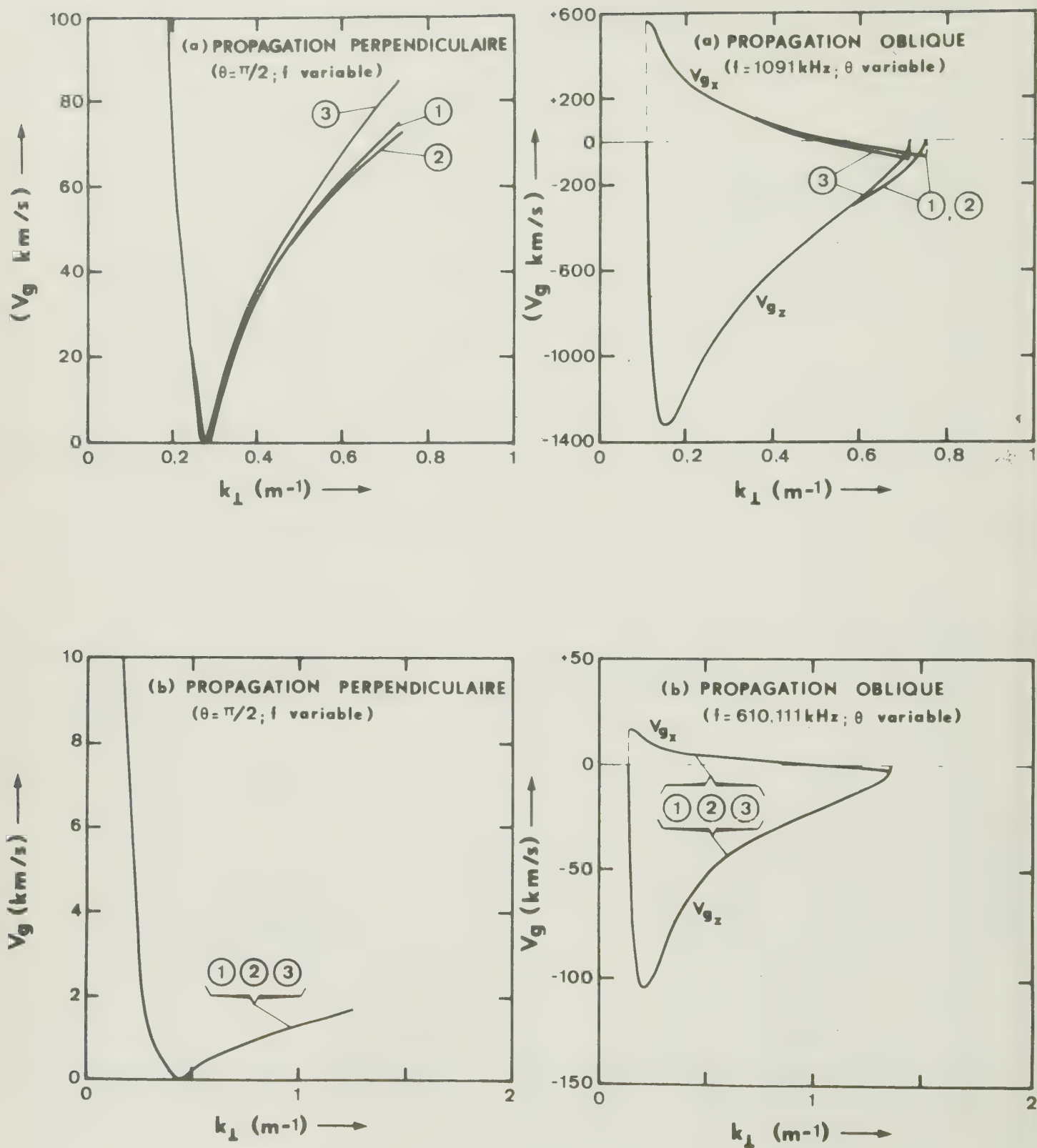


Figure 16

Vitesse de groupe des ondes du mode hybride. Mêmes exemples et mêmes commentaires que sur la figure 15. Les composantes V_{gx} et V_{gz} se rapportent aux axes Ox et Oz définis sur la figure 11 ; les signes de ces composantes sont valables pour k_z et k_x positifs.

2.2. Introduction des inhomogénéités naturelles

Nous avons établi au paragraphe 2.1 les équations de dispersion locales décrivant les modes qui nous intéressent, et qui se propagent dans un plasma homogène défini par les paramètres locaux caractérisant un point $\vec{X}$ de l'ionosphère. Les paramètres qui suffisent à définir les surfaces de dispersion de ces modes d'ondes sont la fréquence de plasma, la température et la gyrofréquence électroniques, ainsi que la direction du champ magnétique, qui est celle de l'axe de révolution des surfaces de dispersion. En supposant connus les gradients des paramètres précédents, il est possible, connaissant les paramètres ionosphériques en $\vec{X}$, d'établir les équations de dispersion locales en $\vec{X}'$ voisin de $\vec{X}$; c'est le but que nous nous proposons ici. Cette étude nous amènera à discuter une hypothèse de travail faite dans la quasi-totalité des articles traitant des échos obliques (Mc AFEE, 1968, 1969 a,b ; FEJER et YU, 1970 ; GRAFF 1970, 1971 a et b), et selon laquelle, de toutes les inhomogénéités naturelles de l'ionosphère, celle de la densité électronique peut seule être prise en compte pour établir les équations de dispersion locales en $\vec{X}'$ à partir des paramètres ionosphériques en $\vec{X}$. Cela revient à dire que l'on peut négliger les effets des gradients de température électronique et de champ magnétique devant ceux du gradient de densité électronique. L'étude qui suit permet de délimiter le domaine ionosphérique où cette hypothèse est valable ; elle donne également la possibilité d'étendre le calcul des échos obliques en dehors de ce domaine.

Plaçons l'origine 0 des coordonnées au point qui sera, dans les chapitres suivants, occupé par l'émetteur transmettant une impulsion de sondage ionosphériques. Nous représentons les variations des paramètres ionosphériques par des lois linéaires qui ne font donc intervenir que les gradients de ces paramètres au point 0 :

$$T(\vec{X}) = T(0) + \vec{X} \cdot \vec{\nabla} T \quad (2-20)$$

$$N(\vec{X}) = N(0) + \vec{X} \cdot \vec{\nabla} N \quad (2-21)$$

$$\vec{B}_0(\vec{X}) = \vec{B}_0(0) + \vec{X} \cdot \vec{\nabla} \vec{B}_0 \quad (2-22)$$

Soient OX_3 et $O\xi$ deux axes tels que

$$(\vec{\nabla} N, OX_3) = (\vec{\nabla} T, O\xi) = \pi$$

(2-20) et (2-21) peuvent s'écrire sous les formes pratiques :

$$T(\vec{X}) = T(0) \cdot \left(1 - \frac{\xi}{H_T}\right) \quad (2-23)$$

$$N(\vec{X}) = N(0) \cdot \left(1 - \frac{X_3}{H}\right) \quad (2-24)$$

où X_3 et ξ mesurent algébriquement les projections du vecteur $\vec{X}$ le long des axes précédents et H et H_T sont les échelles de hauteur définissant les gradients de N et T au point O considéré :

$$H = - N(0) / (dN/dX_3)_{X_3=0} \quad (2-25)$$

$$H_T = - T(0) / (dT/d\xi)_{\xi=0} \quad (2-26)$$

$\vec{B}_O$ peut être calculé avec une précision suffisante pour le but que nous poursuivons si l'on fait l'hypothèse du champ géomagnétique dipolaire :

$$\left. \begin{aligned} B_P &= A \cos \lambda / R^3 \\ B_Q &= -2A \sin \lambda / R^3 \end{aligned} \right\} \quad (2-27)$$

dans ces expressions, A est une constante, R et λ sont les distance géocentrique et latitude géomagnétique du point O , B_P et B_Q sont les composantes de $\vec{B}_O$ le long de deux axes rectangulaires du méridien magnétique de O , l'un orienté vers le Nord magnétique et l'autre vers le zénith (figure 17). $\vec{B}_O$ est défini dans le méridien magnétique par son module B_O et l'angle polaire

$$\beta = (OQ, \vec{B}_O)$$

D'après (2-27) on peut écrire

$$B_O = \frac{A}{R^3} (\cos^2 \lambda + 4 \sin^2 \lambda)^{1/2} \quad (2-28)$$

et

$$\operatorname{tg} \beta = 1/2 \operatorname{tg} \lambda$$

c'est-à-dire

$$\beta = \operatorname{Arc} \operatorname{tg} (1/2 \operatorname{tg} \lambda) \quad (2-29)$$

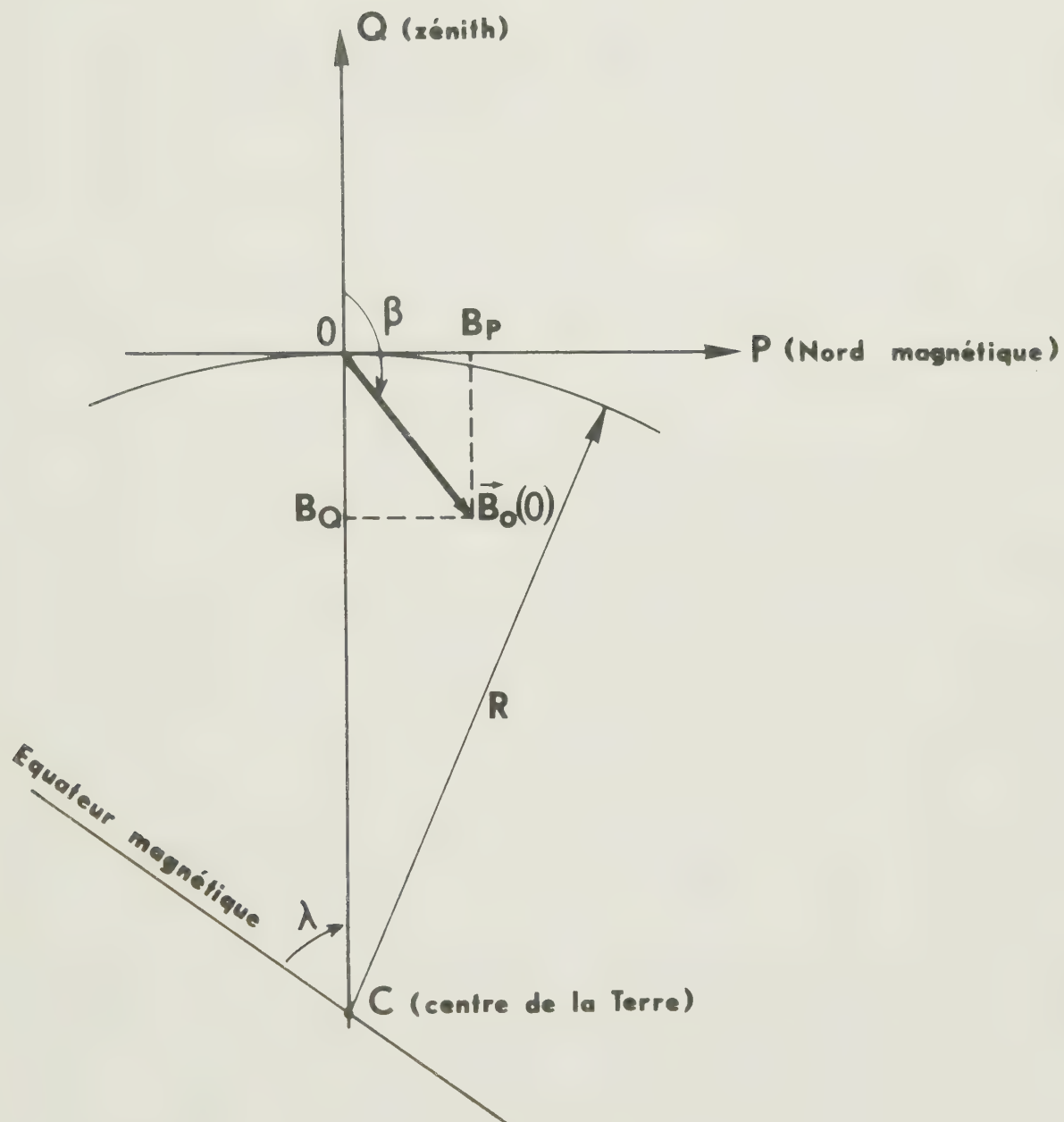


Figure 17 : coordonnées dans le plan méridien magnétique

les quatre dérivées partielles définissant complètement $\vec{\nabla} B_0$ se déduisent de (2-28) et (2-29) et sont

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial B_0}{\partial R} &= -3 \frac{B_0}{R} & ; & \quad \frac{\partial B_0}{\partial \lambda} = 3 B_0 \cdot \frac{\sin \lambda \cos \lambda}{\cos^2 \lambda + 4 \sin^2 \lambda} \\ \frac{\partial \beta}{\partial R} &= 0 & ; & \quad \frac{\partial \beta}{\partial \lambda} = \frac{-1}{\cos^2 \lambda + 4 \sin^2 \lambda} \end{aligned} \right\} \quad (2-30)$$

D'après (2-14) et (2-18) les équations spécialisées en 0, où les paramètres de plasma $\omega_P, \omega_H, \omega_T, X_T, Y_N, \dots$ ont des valeurs désignées par l'indice zéro :

$\omega_{PO}, \omega_{HO}, \omega_{TO}, X_{TO}, Y_{NO}, \dots$, sont :

$$k_1^2 \cdot \frac{Y_{NO}^2 \omega_{PO}^2}{1 - Y_{NO}^2} \left[1 + \frac{k_z^2 V_o^2}{\omega_{PO}^2} \cdot \frac{Y_{NO}^4 - 3Y_{NO}^2 + 6}{Y_{NO}^2 (1 - Y_{NO}^2)^2} \right] - k_z^2 (\omega^2 - \omega_{PO}^2 - 3k_z^2 V_o^2) = 0 \quad (2-31)$$

(mode plasma)

$$k_z^2 - \frac{1}{a_o^2 \omega_{TO}^2 c^2} \left[k_1^2 c^2 (\omega_{TO}^2 - \omega^2) \cdot \left(1 + \frac{k_1^2 u^2}{\omega_T^2} \cdot \frac{4Y_T^2}{4Y_T^2 - 1} \right) - k_1^4 c^2 u_o^2 - a_o^2 \omega_{TO}^4 \right] = 0 \quad (2-32)$$

(mode hybride)

D'après ce qui précède on a, au point $\vec{X}$:

$$\begin{aligned} \omega_P^2 &= \omega_{PO}^2 \left(1 - \frac{X_3}{H} \right) \\ \omega_H^2 &= \omega_{HO}^2 \left(1 + 2 \frac{\Delta B_0}{B_0} \right) \end{aligned} \quad (2-33)$$

ΔB_0 est l'accroissement de B_0 entre 0 et $\vec{X}$; P et Q étant les coordonnées de $\vec{X}$ dans le plan P O Q (figure 17), cet accroissement est d'après (2-30) :

$$\Delta B_0 = \frac{\partial B_0}{\partial R} Q + \frac{\partial B_0}{\partial \lambda} \cdot \frac{P}{R} = 3 B_0 \left(\frac{\sin \lambda \cos \lambda}{\cos^2 \lambda + 4 \sin^2 \lambda} \cdot \frac{P}{R} - \frac{Q}{R} \right)$$

d'où

$$\omega_H^2 = \omega_{HO}^2 \left[1 + 6 \left(\frac{\sin \lambda \cos \lambda}{\cos^2 \lambda + 4 \sin^2 \lambda} \cdot \frac{P}{R} - \frac{Q}{R} \right) \right]$$

$$\omega_T^2 = \omega_{TO}^2 - \omega_{PO}^2 \frac{X_3}{H} + 6 \left(\frac{\sin \lambda \cos \lambda}{\cos^2 \lambda + 4 \sin^2 \lambda} \cdot \frac{P}{R} - \frac{Q}{R} \right) \omega_{HO}^2 \quad (2-34)$$

En combinant (2-33) et (2-34) avec (2-14) et (2-18), on obtient les équations spécialisées en $\vec{X}$:

$$\frac{Y_{NO}^2}{1-Y_{NO}^2} k_z^2 \omega_{PO}^2 \left[1 + \frac{k_z^2 V^2}{\omega_{PO}^2} \cdot \frac{Y_{NO}^4 - 3Y_{NO}^2 + 6}{Y_{NO}^2 (1-Y_{NO}^2)^2} \right] - k_z^2 (\omega^2 + \omega_{PO}^2 \frac{X_3}{H} - \omega_{PO}^2 - 3k_z^2 V_o^2) = 0 \quad (2-35)$$

pour le mode de plasma, et

$$k_z^2 - \frac{1}{a_o^2 \omega_{TO}^2 c^2} \left\{ k_z^2 c^2 \left[\omega_{TO}^2 - \omega_{PO}^2 \cdot \frac{X_3}{H} + 6 \left(\frac{\sin \lambda \cos \lambda}{\cos^2 \lambda + 4 \sin^2 \lambda} \cdot \frac{P}{R} - \frac{Q}{R} \right) \omega_{HO}^2 - \omega^2 \right] \right. \\ \left. \cdot \left(1 + \frac{k_z^2 u_o^2}{\omega_{TO}^2} \cdot \frac{4Y_{TO}^2}{4Y_{TO}^2 - 1} \right) - k_z^4 c^2 u_o^2 - a_o^2 \omega_{TO}^4 \right\} = 0 \quad (2-36)$$

pour le mode hybride. Ces équations sont valables si les quantités $3\xi/H_T$, X_3/H , $6P/R$, $6Q/R$ sont au plus d'ordre η , paramètre de développement défini au paragraphe 2.1.3. pour le mode plasma et au paragraphe 2.1.4. pour le mode hybride. En pratique il faudra vérifier que cette hypothèse est satisfaite ; elle n'oppose cependant pas de limite sévère au domaine d'application de notre calcul. Donnons dès à présent un aperçu des ordres de grandeur rencontrés dans l'ionosphère supérieure :

- H, H' échelles de hauteurs : plusieurs centaines de km
- R distance géocentrique : 6370 km + altitude
- ξ , X_3 , P, coordonnées, au plus égales à $|\vec{X}|$, de l'ordre du kilomètre.

L'hypothèse précédente est d'ailleurs nécessaire pour rendre cohérents entre eux, d'une part les développements linéaires (2-20) à (2-22) et d'autre part les développements d'ordre 1 en η des paragraphes 2.1.3 et 2.1.4. Elle entraîne que le gradient de température n'intervient ni dans l'équation (2-35) relative au mode plasma, ni dans l'équation (2-36) relative au mode hybride et que le gradient du champ magnétique n'intervient que dans cette dernière équation. Notons toutefois que, entre les points O et $\vec{X}$, aussi bien pour le mode plasma que pour le mode hybride, l'axe de révolution des surfaces de dispersion subit, par rapport à un repère fixe, une rotation due à la variation de λ : il y a donc néanmoins une influence de $\vec{\nabla} B_o$ sur la propagation en mode plasma lorsqu'on passe de O en $\vec{X}$. Discutons maintenant de l'influence de $\vec{\nabla} B_o$ sur chacun des deux modes, influence qui, rappelons-le, a été totalement négligée dans les articles cités plus haut.

Effet de rotation du champ magnétique par rapport au gradient de densité

Dans les calculs d'échos obliques intervient l'angle $(\vec{B}_0, \vec{\nabla}N)$. Sa variation entre 0 et $\vec{X}$ est sensiblement

$$d\beta = - \frac{1}{\cos^2 \lambda + 4 \sin^2 \lambda} \cdot \frac{dP}{R}$$

En pratique dP ne dépasse pas quelques km, d'où $|d\beta| < 10^{-3}$ radian ; cette variation est donc, comme nous le verrons, totalement négligeable par rapport à l'incertitude avec laquelle on connaît en pratique la direction de $\vec{\nabla}N$.

Effet de variation de la valeur de ω_H

Cet effet est présent sous la forme du terme proportionnel à ω_{HO}^2 dans l'équation (2-36) relative au mode hybride. Il faut en tenir compte dès que l'inégalité

$$H \omega_{HO}^2 / \omega_{PO}^2 \ll R/6 \quad (2-37)$$

n'est plus satisfaite, comme cela se produit par exemple dans les régions ionosphériques de faible densité électronique. En vue de traiter de tels cas, nous ne négligeons pas, dans (2-36), la variation de ω_H . Par rapport aux articles cités ci-dessus, cette extension n'apporte guère de complication supplémentaire puisque, comme nous le montrons plus bas, le crochet de (2-36) peut s'écrire, au prix d'un changement de variable :

$$C = \omega_{TO}^2 - \omega_{PO}^2 \frac{X_3'}{H'} - \omega^2 \quad (2-38)$$

Les résultats des articles, (essentiellement GRAFF 1970 et 1971 b) pourront donc être étendus au cas présent à condition d'y remplacer X_3 par X_3' et H par H' . Définissons maintenant le changement de variable permettant cette extension.

Pour ce faire, on commence par exprimer les coordonnées X_3 , P, Q, dans un même repère OXYZ. Ce repère, dit géographique, sera également utilisé dans la suite et est défini comme suit

- O : emplacement de l'émetteur
- OX : Est géographique
- OY : Nord géographique
- OZ : Zénith

Les formules de transformation sont les suivantes, X, Y, Z étant les coordonnées de $\vec{X}$ dans le repère OXYZ :

$$X_3 = X \cos \beta_1 + Y \cos \beta_2 + Z \cos \beta_3$$

$$P = Y \cos \delta + X \sin \delta$$

$$Q = Z$$

$\beta_1, \beta_2, \beta_3$ sont les angles directeurs de OX_3 (ou $-\vec{\nabla}N$) dans le repère OXYZ et δ est la déclinaison magnétique avec la convention de signe usuelle en géophysique : $\delta > 0$ si le Nord magnétique est à l'Ouest du Nord géographique ; donc, en coordonnées orthonormées, $\delta = - (OY, OP)$. L'ensemble de ces axes, vecteurs et angles est illustrée par la figure 18.

Le crochet de (2-36) s'écrit, en fonction de X, Y, Z :

$$\begin{aligned} C &= \omega_{TO}^2 - \omega^2 - \frac{\omega_{PO}^2}{H} (X \cos \beta_1 + Y \cos \beta_2 + Z \cos \beta_3) + \frac{6 \sin \lambda \cos \lambda}{\cos^2 \lambda + 4 \sin^2 \lambda} \cdot \frac{Y \cos \delta + X \sin \delta}{R} - \frac{6Z}{R} \\ &= \omega_{TO}^2 - \omega^2 - \omega_{PO}^2 (X\alpha + Y\beta + Z\gamma) \end{aligned}$$

où α, β, γ , sont des quantités homogènes à l'inverse d'une longueur et définies par

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{\cos \beta_1}{H} - \frac{6 \sin \lambda \cos \lambda}{\cos^2 \lambda + 4 \sin^2 \lambda} \cdot \frac{\sin \delta}{R} \cdot \frac{\omega_{HO}^2}{\omega_{PO}^2} \\ \beta &= \frac{\cos \beta_2}{H} - \frac{6 \sin \lambda \cos \lambda}{\cos^2 \lambda + 4 \sin^2 \lambda} \cdot \frac{\cos \delta}{R} \cdot \frac{\omega_{HO}^2}{\omega_{PO}^2} \\ \gamma &= \frac{\cos \beta_3}{H} + \frac{6}{R} \cdot \frac{\omega_{HO}^2}{\omega_{PO}^2} \end{aligned} \right\} \quad (2-39)$$

C s'écrit également

$$C = \omega_{TO}^2 - \omega^2 - \omega_{PO}^2 (X \cos a + Y \cos b + Z \cos c) \cdot (\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2)^{1/2}$$

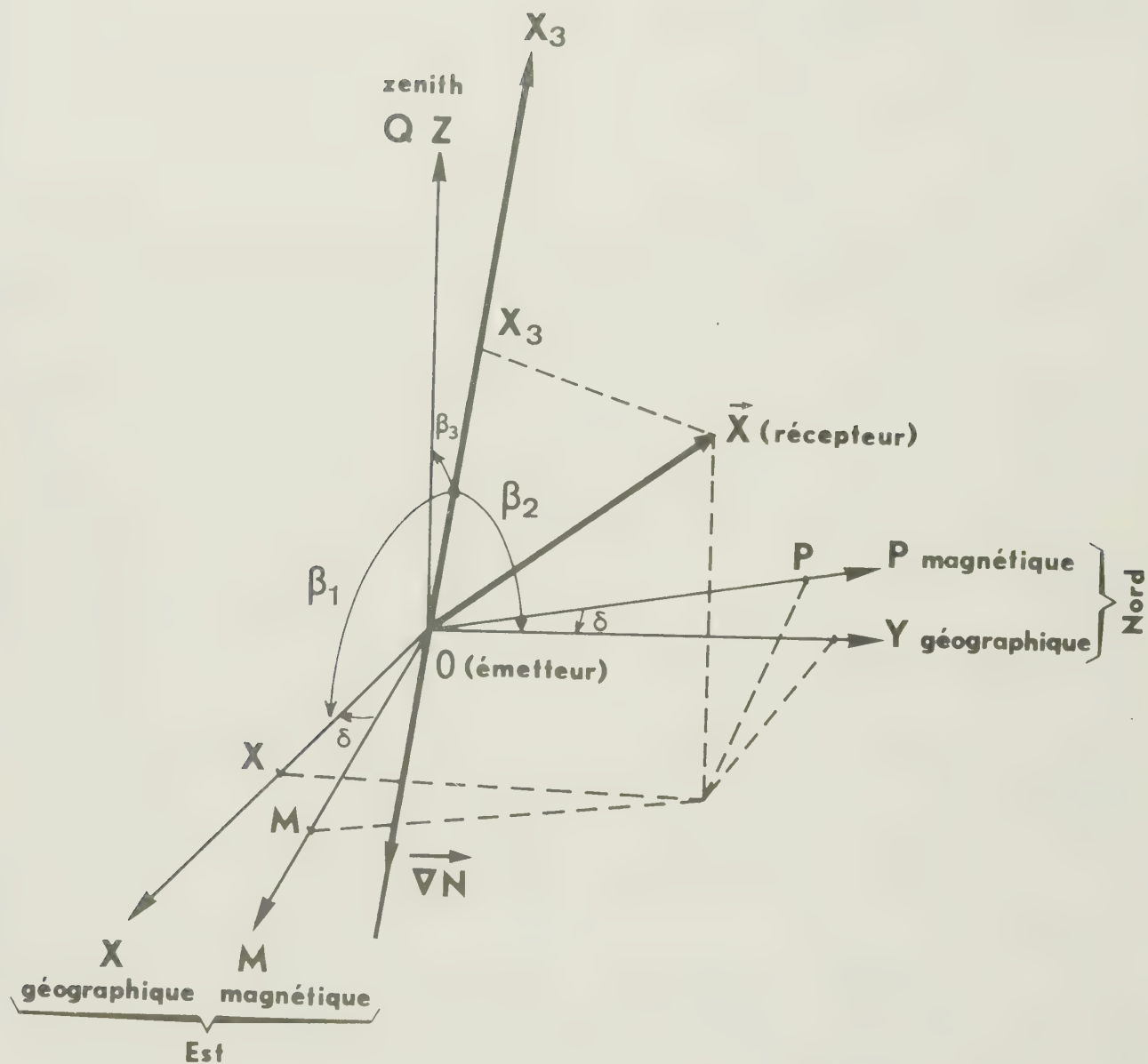


Figure 18 : système de référence géographique

avec

$$\left. \begin{aligned} \cos a &= \alpha (\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2)^{-1/2} \\ \cos b &= \beta (\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2)^{-1/2} \\ \cos c &= \gamma (\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2)^{-1/2} \end{aligned} \right\} \quad (2-40)$$

En posant

$$X \cos a + Y \cos b + Z \cos c = X'_3 \quad (2-41)$$

et

$$(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2)^{-1/2} = H' \quad (2-42)$$

on obtient pour C la forme souhaitée (2-38). Les cosinus directeurs $\cos a$, $\cos b$, $\cos c$ et H' définissent la direction et le module du gradient d'une quantité scalaire composite qui traduit les variations de ω_{TO}^2 compte tenu à la fois des variations du champ magnétique et de la densité électronique. X'_3 est la coordonnée de $\vec{X}$ sur l'axe OX'_3 opposé à ce gradient.

Lors du traitement de cas d'espèces, le calcul numérique nous renseignera sur les différences existant entre X'_3 et X_3 d'une part et entre H' et H d'autre part, c'est-à-dire nous apprendra si l'effet de la variation ω_H est négligeable ou non.

Résumé du paragraphe 2.2

A partir des équations spécialisées des modes plasma et hybride établies au paragraphe 2.1 et écrites au point O de l'ionosphère, où dans la suite nous placerons l'antenne émettrice, nous avons déduit les équations de ces modes en un point $\vec{X}$ (dans la suite : emplacement du récepteur). Nous avons vu qu'en respectant l'ordre d'approximation de ces équations spécialisées

- l'équation du mode plasma en $\vec{X}$ est déduite de celle en O en tenant compte uniquement des variations de ω_p entre O et $\vec{X}$

- l'équation du mode hybride dans les mêmes conditions tient compte à la fois des variations de ω_p et de celles de ω_H .

Ces dernières, qui n'étaient pas incluses dans nos articles antérieurs ont été introduites sous une forme qui permet de généraliser aisément la théorie de ces articles.

2.3. Le modèle d'antenne

Dans les expériences antérieures et dans les expériences projetées (tableau 1), les antennes sont des dipôles cylindriques symétriques. La théorie complète de telles antennes, immergées dans un milieu ionisé, n'a pas été faite, et bien que de nombreuses études de ce problème aient été tentées (cf. WEIL et DESCHAMPS, 1966), il est actuellement impossible, dans les conditions de fréquence qui nous intéressent, de prévoir théoriquement les valeurs, même grossièrement approchées, de l'impédance ou de la distribution de courant. Cette incertitude entraîne pour nous des difficultés à calculer l'amplitude des champs émis par une antenne alimentée par une tension donnée ou la tension recueillie par une antenne immergée dans un champ donné.

2.3.1. La gaine statique

Dans les calculs que nous présentons, basés sur les équations de dispersion du milieu homogène, l'inégalité

$$L_D \ll \lambda \quad (2 - 43)$$

équivalente à

$$\tau^{1/2} \ll 2\pi X^{1/2}$$

est satisfaite puisque, comme nous l'avons vu au paragraphe 2.1.2., nous travaillons toujours dans des conditions telles que $\tau \ll 1$. Si L_D donne l'ordre de grandeur de l'épaisseur de la gaine ionique entourant l'antenne, les inégalités précédentes expriment que les longueurs d'ondes auxquelles nous nous intéressons sont beaucoup plus grandes que cette épaisseur. L'effet de réfraction, subi à la traversée de cette gaine par les ondes d'incidence non parallèle à l'antenne, peut être alors négligé lorsqu'on s'intéresse à des trajets de plusieurs longueurs d'onde, ce qui est le cas dans la suite. Dans ces conditions, la gaine n'affecte pas la propagation des ondes émises ou reçues par l'antenne. En fait L_D ne peut être confondu avec l'épaisseur de la gaine. Cette épaisseur dépend du potentiel $-V_A$ de l'antenne par rapport au plasma. Dans l'hypothèse simplificatrice d'une gaine de rayon R_g , abrupte, vide d'électrons, entourant une antenne cylindrique de rayon R_a , DRIANCOURT (1964) relie R_g à V_A par la relation :

$$4 L_D^2 \frac{eV_A}{\chi T} = R_a^2 - R_g^2 + 2 R_g^2 \ln \frac{R_g}{R_a} \quad (2 - 44)$$

Le potentiel $-V_A$, en l'absence de polarisation antenne- véhicule spatial, est le potentiel flottant de l'ensemble de ces deux éléments. Pour l'évaluer, on écrit que le courant total collecté par l'antenne est nul. Ce courant provient du plasma thermique, mais aussi d'autres sources (photoélectrons). LAFRAMBOISE (1966) calcule V_A et les densités dans la gaine à partir des équations de POISSON et VLASSOV, assorties, au voisinage de l'antenne, de conditions aux limites qui ne sont d'ailleurs pas les seules possibles. Le résultat obtenu, dans les conditions d'Alouette 1 (tableau 1), est $-V_A \approx -1,1$ V, donnant lieu, d'après (2 - 44), à une épaisseur de gaine de quelques L_D .

Les antennes des sondeurs à relaxation sont, du fait de leur mouvement, le siège d'un champ électrique $\vec{V}_s \vec{X} \vec{B}_0$ qui induit un potentiel continu dont BEARD et JOHNSON (1960) étudient l'effet sur la gaine. Cet effet est négligeable dans le cas des antennes relativement courtes d'EIDI 1 et 2 (N. VERNET, communication privée), mais, pour les sondeurs type Alouette, l'effet prévu est de mettre au potentiel de plasma l'extrémité E de l'antenne, définie par le sens de la projection de $\vec{V}_s \vec{X} \vec{B}_0$ sur l'axe de l'antenne, et de donner à la gaine une allure en cône de sommet E et dont le rayon à l'extrémité opposée E' de l'antenne s'obtient par l'intermédiaire du potentiel résultant de l'intégration de $\vec{V}_s \vec{X} \vec{B}_0$ de E à E'. Si E est au potentiel 0, E' pourrait être à un potentiel de l'ordre de -25V dans le cas d'Alouette 2 (FLORIDA, 1969).

On peut diminuer la valeur absolue de V_A en polarisant négativement l'antenne par rapport à son support, ou en injectant des électrons dans le plasma. Si on recouvre l'antenne d'une couche isolante, les charges collectées ne peuvent s'écouler le long de l'antenne, malgré la présence du champ $\vec{V}_s \vec{X} \vec{B}_0$. Ce champ est alors sans effet sur la distribution de charge dans la gaine.

Comme nous allons le voir maintenant, ces possibilités d'éliminer la gaine statique ne suffisent pas pour que les sondeurs à relaxation soient affranchis des problèmes de gaine.

2.3.2. La gaine dynamique

Lorsque l'antenne est le siège d'oscillations HF d'amplitude V et de pulsation ω , son potentiel instantané $U(t)$ n'oscille autour de $-V_A$ que si $V \ll |V_A|$. Cette inégalité ne concerne généralement que la phase de réception des sondeurs à relaxation. Si elle n'est pas satisfaite (phase d'émission), à cause de la non-linéarité de la caractéristique de sonde de LANGMUIR $I(U)$ de l'antenne (en valeur absolue, le courant de saturation ionique $I_i = \lim_{U \rightarrow -\infty} I(U)$ est beaucoup plus faible que le courant de saturation électronique $I_e = \lim_{U \rightarrow +\infty} I(U)$), le potentiel $U(t)$ oscille autour d'une valeur moyenne $-V'_A$ différente de $-V_A$. L'analyse correspondante a été faite par RUBINSTEIN et LAFRAMBOISE (1970) : si $\omega \ll \omega_p$, en se basant sur la caractéristique statique de LANGMUIR, on obtient un potentiel négatif $-V'_A < -V_A$ (inégalité forte si $|V| \gg |V_A|$). Si $\omega \gg \omega_p$ l'analyse, basée sur les équations de POISSON et VLASSOV, conduit cette fois à un potentiel $-V'_A$ positif (+ 32 V dans le cas d'Alouette 1) ; cette valeur est atteinte au bout d'un régime transitoire supérieur à la seconde ; après les 100 μ s de l'impulsion de sondage le potentiel atteint est de l'ordre de +1V. Aucun calcul de V_A n'a été fait pour $\omega \approx \omega_p$ qui est le cas qui nous intéresse et pour lequel nous ne connaissons donc même pas le signe du potentiel flottant de l'antenne.

Nous n'avons jusqu'ici considéré la gaine qu'en vue de discuter l'effet de réfraction qu'elle produit sur les ondes. Notons que l'erreur induite par cet effet sur les temps de groupe est d'autant plus faible que les temps de groupe sont intégrés sur des trajets plus longs.

La gaine dynamique intervient aussi dans la définition du terme de source équivalent à l'antenne. Ce terme de source est habituellement considéré comme une distribution de courant concentrée à la surface de l'antenne, supposée parfaitement conductrice (WEIL et DESCHAMPS, 1966). Une telle distribution ne peut pas rendre compte des oscillations de charges qui ont lieu au sein de la gaine dynamique et qui ne sont pas non plus prises en compte par le tenseur diélectrique, qui traduit les oscillations du plasma homogène. Les charges qui oscillent dans la gaine en régime dynamique représentent donc un écart entre la distribution de courant réelle de l'antenne et les modèles habituellement utilisés pour la représenter (distribution de courant triangulaire par exemple). Notons avec WEIL et DESCHAMPS que l'influence d'un tel écart sur l'amplitude des champs émis ou des tensions recueillies est d'autant plus forte que le rapport

entre la dimension caractéristique de cet écart et la longueur d'onde considérée est plus élevé. Un tel écart, négligeable lorsqu'on considère des ondes électromagnétiques d'indice faible, peut ne plus l'être lorsque, comme dans la présente thèse, on s'intéresse à des ondes électrostatiques d'indice élevé. A l'appui de ces remarques, donnons quelques comparaisons entre des résultats théoriques et expérimentaux récents, relatifs à des antennes minces ($R_g \ll L$) et courtes, c'est-à-dire telles que

$$L \ll \lambda \quad (2 - 45)$$

pour toutes les longueurs d'onde capables de se propager à la fréquence de travail ω . Pour de telles antennes, les études théoriques de WUNSCH (1968) et expérimentales de CHEN (1968) montrent que la distribution de courant est approximativement triangulaire pour ω voisin de ω_p . Or

a. lorsqu'à l'aide d'un tel modèle, on calcule le champ émis sur le mode plasma, en appliquant par exemple les formules de DEERING et FEJER (1965), on trouve des valeurs numériques beaucoup trop élevées, alors que l'ordre de grandeur est correct pour les ondes électromagnétiques.

b. l'impédance mesurée, pour une antenne au voisinage de ω_p dans l'ionosphère, a une valeur intermédiaire entre celles qu'on calcule avec les modèles courant triangulaire - plasma froid (qui donne des valeurs trop basses, WHALE, 1963 ; STONE, WEBER et ALEXANDER, 1966) et courant triangulaire - plasma chaud (qui donne des valeurs trop élevées, CHEN, 1964 ; KUEHL 1967).

2.3.3. Le modèle dipôle court à distribution de courant triangulaire.

Le modèle du dipôle court à distribution de courant triangulaire n'est pas très apte à servir de base au calcul des amplitudes des champs émis ou des tensions recueillies par les antennes usuelles des sondeurs à relaxation. Nous pouvons déjà, d'après ce qui précède, donner deux explications à ce fait : d'une part, l'inégalité (2 - 45), si elle est satisfaite pour les ondes électromagnétiques, peut ne plus l'être pour les ondes longitudinales (par exemple, pour $f = 1$ MHz et $n = 30$, on a $\lambda = 10$ m, longueur à comparer à celle des antennes des véhicules du tableau 1) ; d'autre part, on ignore la distribution des charges oscillantes dans la gaine dynamique. Ces deux effets entraînent que la distribution de courant réelle présente des écarts par rapport à la distribution de courant triangulaire qui, comme nous venons de le voir, ont pour conséquence que les champs émis ou les tensions recueillies, par l'antenne réelle, sur les modes longitudinaux sont généralement différents de ceux que prévoit théoriquement le modèle à distribution de courant triangulaire.

L'absence de modèle d'antenne plus satisfaisant entraîne pour nous une grande difficulté à mener correctement un calcul des amplitudes des échos obliques. Nous évitons cette difficulté en nous fixant, pour but essentiel de cette étude, le calcul des fréquences des échos obliques, pour lequel le modèle de la distribution de courant triangulaire est beaucoup plus satisfaisant et dont nous précisons maintenant l'expression mathématique.

Aux bornes d'une antenne d'impédance $Z_A(\omega)$, branchée sur une source monochromatique de pulsation ω , tension $V(\omega)$, impédance $z(\omega)$, circule un courant (figure 19) :

$$I_0(\omega) = \frac{V(\omega)}{Z_A(\omega) + z(\omega)} \quad (2 - 46)$$

A ce courant correspond la distribution de courant triangulaire $J(\xi, \eta, \zeta, \omega)$ suivante, l'antenne s'étendant entre les points $-L$ et $+L$ de l'axe $O\zeta$:

$$\left. \begin{aligned} J_\zeta(\xi, \eta, \zeta, \omega) &= \delta(\xi) \delta(\eta) \left(1 - \left|\frac{\zeta}{L}\right|\right) I_0(\omega) & (|\zeta| < L) \\ J_\zeta(\xi, \eta, \zeta, \omega) &= 0 & (|\zeta| > L) \end{aligned} \right\} \quad (2 - 47)$$

$$J_\xi = J_\eta = 0$$

Ces équations entraînent

$$I_0(\omega) = \iint_{\zeta=0} \vec{J}(\xi, \eta, \zeta, \omega) \cdot d\vec{S}$$

I_0 est bien égal au flux de la densité de courant à travers le plan $\zeta=0$. Soit $\sigma(\zeta, \omega)$ la densité linéique de charge correspondant à la distribution de courant $\vec{J}$.

La conservation de la charge s'écrit

$$-i\omega\sigma(\zeta, \omega) + I_0(\omega) \frac{d}{d\zeta} \left(1 - \left|\frac{\zeta}{L}\right|\right) = 0$$

ce qui donne sur chaque brin du dipôle une densité linéique constante

$$\sigma(\zeta, \omega) = i \frac{\zeta}{|\zeta|} \cdot \frac{I_0(\omega)}{\omega L}$$

Les relations précédentes entraînent, $Q(\omega) = \int_0^L \sigma(\zeta, \omega) d\zeta$ étant la charge totale du brin $\zeta>0$:

$$I_0(\omega) = -i\omega Q(\omega)$$

Nous allons maintenant donner à $\vec{J}(\vec{k}, \omega)$, transformée de FOURIER spatiale de la distribution de courant $\vec{J}(\xi, \eta, \zeta, \omega)$, une forme pratique particulièrement simple.

En effet :

$$\begin{aligned}
 J_{\zeta}(\vec{k}, \omega) &= \iiint J_{\zeta}(\xi, \eta, \zeta, \omega) e^{-i(k_{\xi}\xi + k_{\eta}\eta + k_{\zeta}\zeta)} d\xi d\eta d\zeta \\
 &= -i\omega Q(\omega) \int_{-L}^L (1 - |\frac{\zeta}{L}|) e^{-ik_{\zeta}\zeta} d\zeta \\
 &= -i\omega Q(\omega) \frac{e^{ik_{\zeta}L} + e^{-ik_{\zeta}L} - 2}{-k_{\zeta}^2 L} \\
 &= -4 i\omega Q(\omega) \frac{\sin^2(k_{\zeta}L/2)}{k_{\zeta}^2 L}
 \end{aligned}$$

Si l'inégalité suivante est vérifiée :

$$|k_{\zeta} L| \ll 1$$

ou

$$|\vec{k} \cdot \vec{L}| \ll 1 \quad (2 - 48)$$

$\vec{L}$ étant le vecteur parallèle à $O\zeta$ et de mesure L , les formules précédentes se simplifient :

$$J_{\zeta}(\vec{k}, \omega) \approx -i\omega Q(\omega) L$$

c'est-à-dire

$$\vec{J}(\vec{k}, \omega) = -i\omega \vec{P}(\omega) \quad (2 - 49)$$

où $\vec{P}(\omega)$ est un vecteur parallèle à $O\zeta$ et de mesure algébrique sur cet axe :

$$P(\omega) = Q(\omega)L = i \frac{I_0(\omega)L}{\omega} = i \frac{L}{\omega} \cdot \frac{V(\omega)}{Z_A(\omega) + z(\omega)} \quad (2 - 50)$$

Dans ces conditions, $\vec{J}(\vec{r}, \omega)$ est une simple distribution concentrée en $\vec{r} = \vec{0}$:

$$\vec{J}(\vec{r}, \omega) = -i\omega \vec{P}(\omega) \delta(\vec{r})$$

Essayons d'esquisser l'application de ce qui précède au cas des antennes de type Alouette ou Isis (tableau 2), et de l'émission d'ondes dont l'indice est de l'ordre de quelques dizaines. Nous avons vu que les antennes sont alors longues : (2 - 48) n'est vérifiée que pour $\vec{k}$ assez proche de la perpendiculaire à l'axe $O\zeta$ de l'antenne. Or lorsque $\vec{k} \perp O\zeta$, nous verrons un peu plus loin que le champ émis ou la tension recueillie sont nuls. Dans ces conditions, ce n'est que pour des valeurs de $(\vec{k}, O\zeta)$ différentes de $\frac{\pi}{2} \pmod{\pi}$ mais suffisamment proches de cette valeur, que les équations (2 - 49) et (2 - 50) s'appliquent uniformément dans le domaine utile de l'espace $\vec{k}$, tout en donnant un couplage non nul entre l'antenne et le plasma. Expérimentalement, il semble que la structure de franges, qui caractérise les échos obliques, s'observe surtout dans ces conditions d'orien-

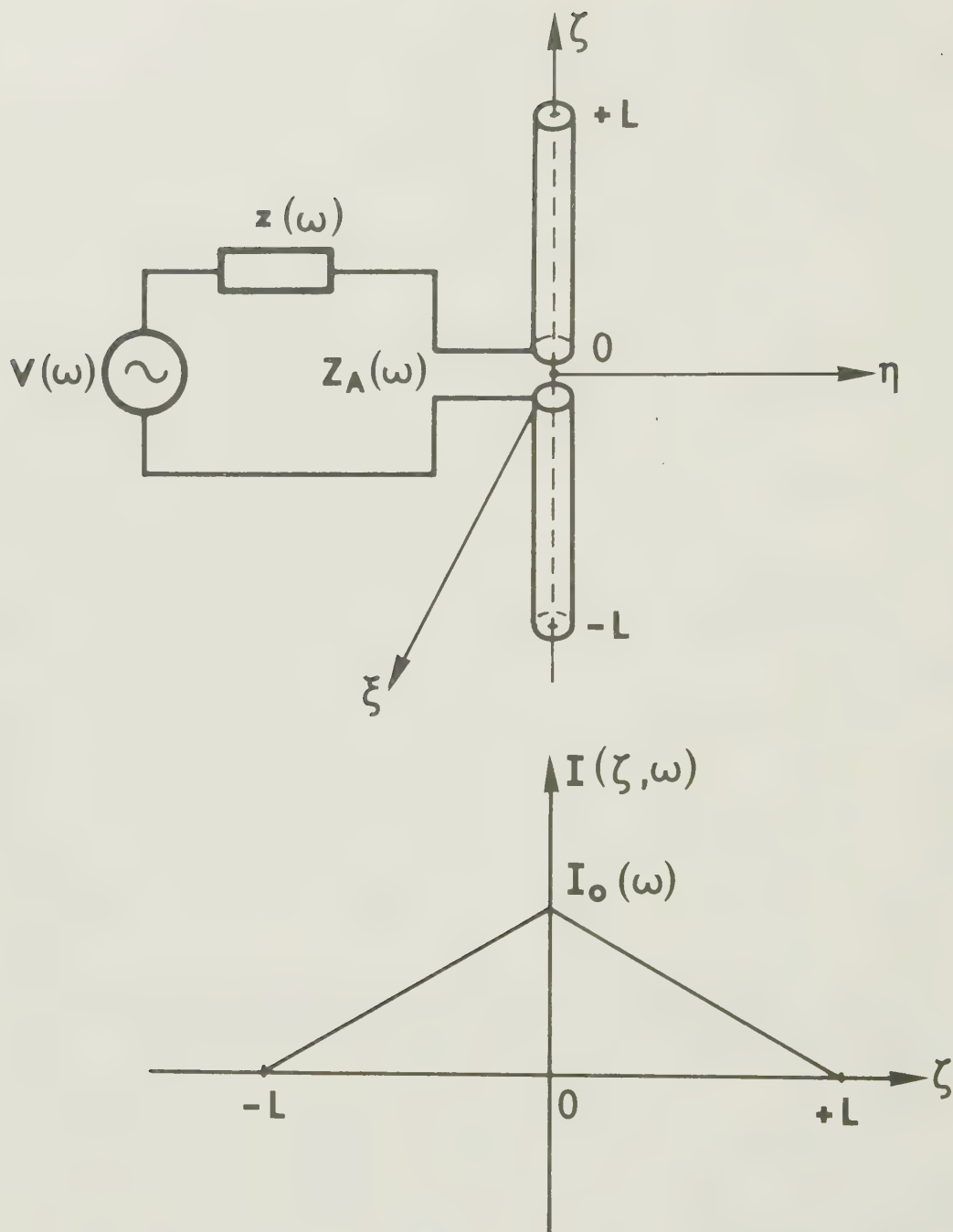


Figure 19 : schéma de l'excitation de l'antenne pendant la phase d'émission

tation ; c'est du moins ce que montrent les rares enregistrements, à fréquence fixe, des oscillations à f_N et f_T , durant assez longtemps pour que l'effet de l'orientation de l'antenne y apparaisse clairement (FELDSTEIN et MULDREW, communications privées).

Anticipant sur les résultats de notre étude, notons que le point représentant, dans l'espace $\vec{k}$, la réception d'un écho oblique, glisse, selon une loi $\vec{k}(t)$, au fur et à mesure que s'écoule le temps de réception. Remarquons, d'autre part, que (2 - 49) et (2 - 50) sont uniformément valables, dans tout domaine D_k de l'espace $\vec{k}$, où les variations de $\vec{J}(\vec{k}, \omega)$ peuvent être négligées ; à un tel domaine la loi $\vec{k}(t)$ fait correspondre un intervalle Δt du temps de réception. Lorsque (2 - 48) est valable ($\vec{k}$ voisin de la perpendiculaire à Oz dans le cas d'antennes longues), D_k et Δt sont pratiquement indéfinis et on est dans les conditions les plus favorables pour observer les battements prévus par la théorie des chapitres suivants. Lorsque $\vec{k}$ s'écarte de la perpendiculaire à Oz , D_k et Δt s'amenuisent. Lorsqu'à D_k - domaine le plus grand dans lequel $J(k, \omega)$ n'a pas une allure oscillatoire -, correspond Δt compris entre la période des échos obliques et la période des battements, la théorie permet de prévoir la réception d'échos obliques et de calculer leurs fréquences, mais elle ne permet plus de prévoir le battement entre ces échos. Au cours d'une période théorique de battement, les amplitudes des échos ont alors des variations trop accusées pour que le battement soit observable. Cette discussion, pour être valable, nécessite, de plus, que (cf. chapitre 3) D_k demeure assez grand pour contenir le domaine de l'espace $\vec{k}$, utilisé lors du calcul de l'amplitude par la méthode du col.

2.3.4. Equations du champ émis sur les modes plasma et hybride par une antenne dans un plasma homogène ; cas du dipôle court à distribution de courant triangulaire.

La relation suivante, établie dans l'annexe 1, permet d'exprimer, pour des ondes d'indice $n \gg 1$, le champ émis par une antenne en fonction de la distribution de courant représentant cette antenne :

$$\vec{E}(\vec{k}, \omega) = -i\omega\mu_0 \frac{k^2 \vec{k} \left[\vec{k} \cdot \vec{J}(\vec{k}, \omega) \right]}{D(\vec{k}, \omega)} \quad (2 - 51)$$

Cette formule permet en premier lieu d'énoncer, au sujet du champ, des propriétés indépendantes de la distribution du courant de l'antenne :

a) l'expression du numérateur de (2 - 51) exprime que, pour chaque composante de FOURIER, le champ est parallèle au vecteur d'onde (ondes longitudinales). Le champ $\vec{E}(\vec{r}, t)$ est donc irrotationnel ; il dérive d'un potentiel scalaire $\phi(\vec{r}, t)$ qui, contrairement à ce qui se passe en Electrostatique, peut se propager en ondes progressives. Cette propriété, approximative, résulte de l'hypothèse $n \gg 1$, qui a permis (cf. Annexe 1) de négliger un certain nombre de termes au numérateur de (2 - 51).

b) les racines du dénominateur D déterminent entièrement les surfaces de dispersion des ondes émises, ainsi que les vitesses de groupe, temps de groupe, tracés de rayons qui s'en déduisent. Comme nous le verrons au chapitre 3, il en résulte que la précision sur la fréquence d'un écho oblique reçu à l'instant t n'est pas liée aux erreurs qui affectent le numérateur de (2 - 51). Les résultats de la présente thèse sont donc libérés de ces erreurs, en particulier de celles qui proviennent du choix de la distribution de courant $\vec{J}$. Ces résultats sont soumis aux incertitudes qui accompagnent D et qui ont été discutées aux paragraphes 2.1.3 et 2.1.4 pour les modes d'ondes qui nous intéressent. Remarquons que $D(\vec{k}, \omega)$ doit s'écrire comme le précisent les formules (3 - 59) pour le mode plasma et (3 - 60) pour le mode hybride ; la multiplication de D par une constante, sans changer les racines de D, détruirait l'homogénéité du second membre de (2 - 51) à un champ électrique et en fausserait les valeurs numériques.

La formule (2 - 51) montre que, dans l'hypothèse $n \gg 1$, la distribution de courant intervient par l'intermédiaire du produit scalaire $\vec{k} \cdot \vec{J}$. Cette dépendance, qui est à considérer dans le calcul de l'amplitude du champ émis, montre que le couplage antenne-plasma est d'autant meilleur que le vecteur d'onde est plus voisin de la parallèle à l'antenne, du moins lorsque la distribution de courant est unidirectionnelle, ce qui est le cas pour le dipôle à distribution de courant triangulaire. En combinant (2 - 49), (2 - 50) et (2-51), on obtient :

$$\vec{E}(\vec{k}, \omega) = \frac{-i\omega\mu_0 LV(\omega)k^2}{\left[Z_A(\omega) + z(\omega)\right]^2} \cdot \frac{\vec{k}(\vec{k} \cdot \vec{e}_\zeta)}{D(\vec{k}, \omega)} \quad (2 - 52)$$

$\vec{e}_\zeta$ étant le vecteur unitaire de l'axe $O\zeta$ du dipôle. On ne peut donc calculer l'amplitude du champ que si l'impédance $Z_A(\omega)$ de l'antenne est connue. Cette indétermination se réduit à un facteur de proportionnalité $\left[Z_A(\omega) + z(\omega)\right]^{-1}$ inconnu, dans deux cas :

- si on cherche la variation spatiale $\vec{E}(\vec{r}, \omega)$ du champ à une fréquence ω (réelle ou complexe) donnée (antenne alimentée en régime cissoïdal). Dans ce cas, $\vec{E}(\vec{r}, \omega)$ se déduit de (2 - 52) par transformation de FOURIER spatiale inverse.

- si on cherche une variation spatio-temporelle $\vec{E}(\vec{r}, t)$, dans un cas où les contributions à l'intégrale $\int \vec{E}(\vec{k}, \omega) e^{-i\omega t} d\omega$ ne portent que sur un domaine de ω suffisamment restreint pour que $Z_A(\omega) + z(\omega)$ y garde une valeur sensiblement constante. Une telle intégration, dans un domaine étroit de la variable ω , sera rencontrée lors du calcul des échos obliques par la méthode du col (chapitre 3). L'hypothèse $n \gg 1$ permet d'utiliser, de préférence à (2 - 51), une équation scalaire reliant la distribution de charge $\rho(\vec{k}, \omega)$ de l'antenne et le potentiel $\phi(\vec{k}, \omega)$ dont dérive le champ :

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = - \frac{\partial \phi(\vec{r}, t)}{\partial \vec{r}} \quad (2 - 53)$$

$$\rho(\vec{k}, \omega) = \frac{1}{\omega} \vec{k} \cdot \vec{J}(\vec{k}, \omega) \quad (2 - 54)$$

$$\phi(\vec{k}, \omega) = \frac{\omega^2 k^2}{c^2} \cdot \frac{\rho(\vec{k}, \omega)}{\epsilon_0 D(\vec{k}, \omega)} \quad (2 - 55)$$

2.3.5. Tension recueillie par une antenne dipôle court recevant un champ incident

Ici encore nous éludons le problème fondamental de l'antenne, celui de la détermination de la distribution de courant, et qui se pose à la réception comme à l'émission. Nous choisissons la distribution de courant triangulaire (dipôle court).

La puissance délivrée par l'antenne dans le circuit de réception est entièrement fournie par le travail du champ incident $\vec{E}_{inc}$:

$$V_R(\omega) I(\omega) = \int \vec{J}(\vec{r}, \omega) \cdot \vec{E}_{inc}(\vec{r}, \omega) d\vec{r}$$

Dans le cas du dipôle court, à cause de l'inégalité (2 - 45), le champ incident peut être considéré comme uniforme dans la région occupée par l'antenne, on a donc

$$\begin{aligned} V_R(\omega) I(\omega) &= E_{inc} \zeta(\omega) \int J(\vec{r}, \omega) d\vec{r} \\ &= E_{inc} \zeta(\omega) \left[J(\vec{k}, \omega) \right]_{k=0} \\ &= -i\omega P(\omega) E_{inc} \zeta(\omega) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{or} \quad (2 - 50) \quad -i\omega P(\omega) &= I(\omega) L \quad \text{d'où} \\ V_R(\omega) &= L E_{\text{inc}} \zeta(\omega) \quad (2 - 56) \end{aligned}$$

Le problème de la réception se limite donc au calcul bien connu de la hauteur effective du dipôle. En pratique on cherchera à connaître le courant $I(\omega)$ qui circule dans le récepteur d'impédance $Z_R(\omega)$ (figure 20). Ce courant est

$$I(\omega) = \frac{V_R(\omega)}{Z_A(\omega) + Z_R(\omega)} \quad (2 - 57)$$

son amplitude est fonction de $Z_A(\omega)$ qui demeure inconnue. Cette dépendance de $I(\omega)$ en Z_A s'estompe, si

$$|Z_R| \gg |Z_A|$$

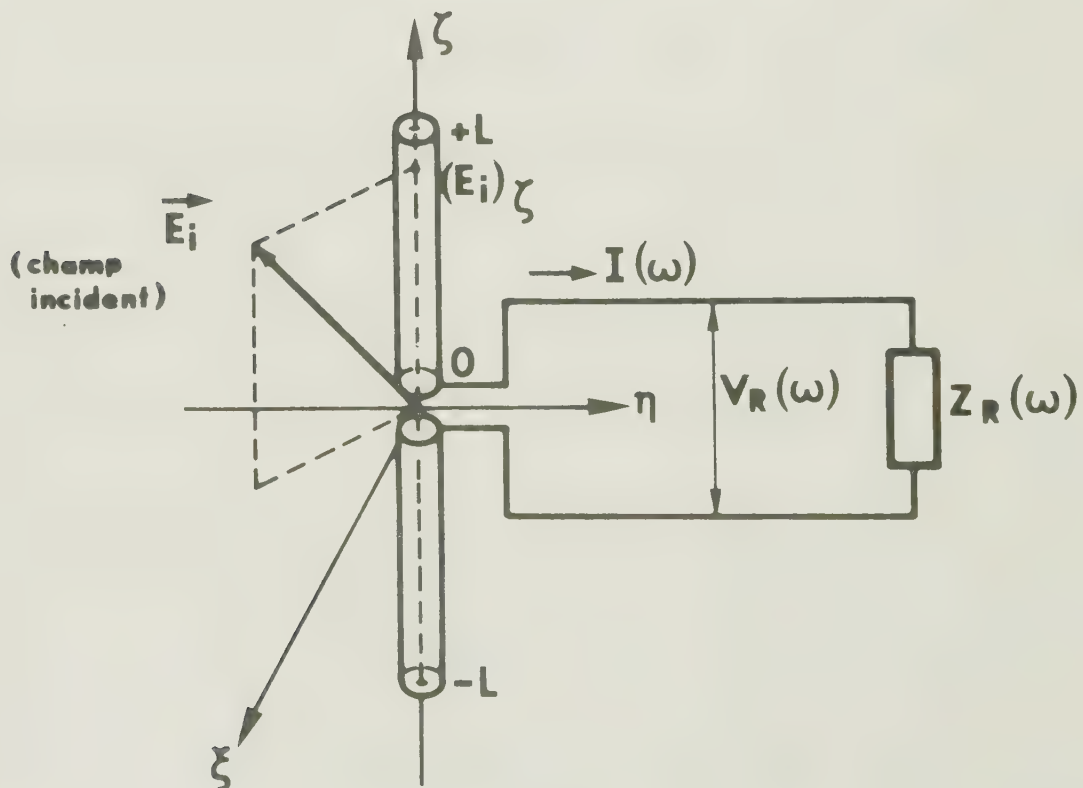


FIGURE 20

Schéma de l'antenne à la réception

2.4 Conclusions du chapitre 2

2.4.1. Relations entre le problème traité et le problème de l'antenne

De la discussion qui précède, il ressort que le calcul de l'amplitude du champ émis par une antenne dans les conditions du problème que nous étudions est très sévèrement limité en précision par l'indétermination qui existe sur l'impédance et la distribution de courant de l'antenne. Nous avons vu que le modèle du dipôle court, pour de simples considérations de rapport L/λ , est loin de correspondre à la totalité des antennes portées par les véhicules spatiaux portés au tableau 1 ; d'autre part ce même modèle (STARAS 1964) est impropre à une détermination de $Z_A(\omega)$, comme tout modèle comportant des dimensions géométriques infinitésimales. D'autre part, les grandeurs suivantes : vitesse de phase, vitesse de groupe, temps de propagation de l'énergie, géométrie des rayons, fréquence des échos obliques, sont libérées des indéterminations précédentes et, moyennant les réserves faites au paragraphe 2.3.1., relatif à la gaine, se déduisent complètement de la relation de dispersion $D(\vec{k}, \omega)$ du plasma. Cette dernière conclusion permet de libérer l'essentiel de nos résultats des principales inconnues du problème de l'antenne (distribution de courant, impédance). Cependant, il existe, entre les études sur les échos obliques et celles concernant directement l'antenne, des liens importants, sur le plan théorique et sur le plan expérimental. Ces liens, assez divers quant à leur nature, sont les suivants :

- Si au lieu d'accomplir l'expérience de pics de résonance en procédant en deux phases successives émission-réception, on procède en une seule phase : excitation en courant-réponse en tension (ou excitation en tension-réponse en courant), on définit un nouveau mode de fonctionnement du sondeur à relaxation. Conformément aux idées de NUTTALL (1965 a, b, cf. paragraphe 1.3.1) les signaux recueillis doivent qualitativement ressembler aux pics de résonance habituels et apparaître aux mêmes fréquences et, en tant que régimes transitoires, ils doivent entièrement s'exprimer à l'aide des valeurs prises par l'impédance $Z(\omega)$ au voisinage de ces fréquences. Aucune expérience de ce genre n'a encore été réalisée.

- Dans l'étude que nous présentons, les grandeurs prévisibles théoriquement peuvent être séparées en deux, selon le critère de leur dépendance à l'égard de $Z(\omega)$; en vue de leur calcul, nous avons détaillé plus haut le modèle du dipôle court ; en utilisant ce modèle, les amplitudes des champs ne peuvent être connues qu'à un facteur multiplicatif près dépendant de $Z(\omega)$. La connaissance de cette fonction permettrait donc d'agrandir le champ d'application des sondeurs à relaxation.

- Nous avons vu plus haut (paragraphe 2.3.2) qu'une des difficultés du problème de l'antenne est de connaître la contribution de l'émission d'ondes longitudinales à l'impédance. La théorie des échos obliques (cf. chapitres suivants), qui isole l'énergie émise par une antenne, propagée en mode longitudinal, puis reçue par la même antenne, permet d'apporter des éclaircissements sur cette contribution, du moins en ce qui concerne certaines régions bien précises du spectre $(\omega, \vec{k})$. Cela revient à dire que les mesures d'amplitude d'échos obliques qui, pour nous, sont peu interprétables à cause du facteur multiplicatif dépendant de $Z(\omega)$, peuvent être utiles à ceux qui étudient le problème de l'antenne en plasma.

- La confrontation entre les théories avancées sur le problème de l'antenne et les mesures expérimentales nécessite une mesure précise des paramètres du plasma au sein duquel se déroule l'expérience. Cet impératif a entraîné l'observatoire de Meudon (MANNING et al., 1968) à faire appel au sondeur à relaxation pour mesurer N au cours des expériences de mesure d'impédance d'antenne EIDI 1 et 2 (cf. tableau 1). Cette mesure (B. HIGEL, 1971) à la fois locale, instantanée et précise n'a pas nécessité d'antenne spéciale et a donné toute satisfaction. Il serait intéressant que T puisse être déterminé par le même dispositif ; à cette fin, la théorie d'échos obliques ici présentée et, comme nous le verrons plus loin, forte de l'appui expérimental des données d'Alouette 1 et 2 et ISIS A, pourra être mise à profit. C'est pourquoi sur le projet EIDI 3 (tableau 1) l'effort expérimental porte surtout sur l'enregistrement des pics de résonance.

Les liens que nous venons de décrire montrent que le problème des échos obliques, ici traité, et celui de l'antenne sont adjacents et que leurs progrès respectifs sont interdépendants. Cette interdépendance a déjà été mise à profit dans les expériences EIDI et nous souhaitons qu'elle continue à l'être dans les projets à venir.

Donnons pour terminer un aperçu des difficultés du problème de l'antenne. Comme nous l'avons déjà signalé, il s'agit essentiellement de déterminer la distribution de courant $\vec{J}(\vec{r}, \omega)$ qui représente l'antenne et d'où se déduit l'impédance :

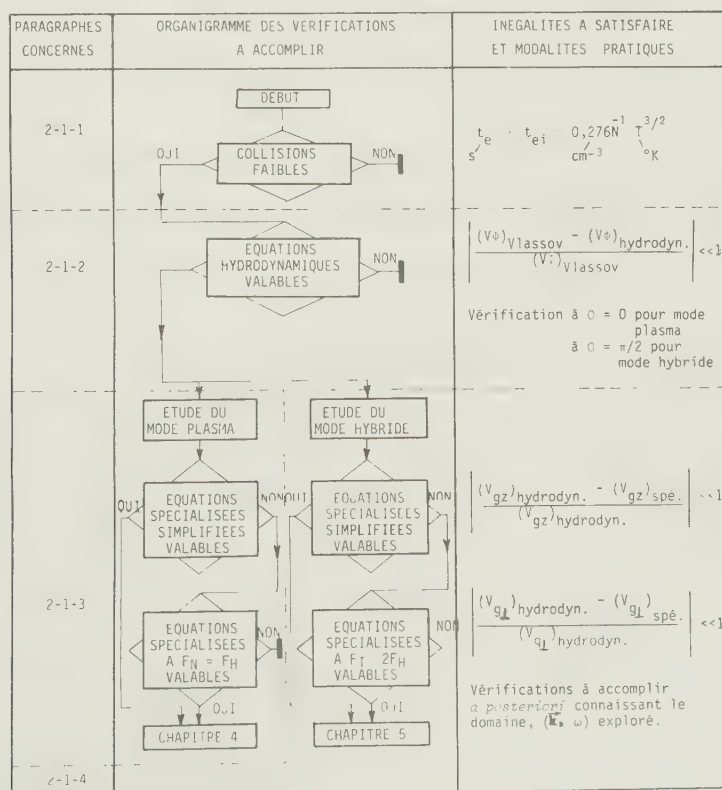
$$Z_A(\omega) = \frac{V_{\text{alim}}}{\iint_{\text{alim}} \vec{J}(\xi, \eta, \zeta, \omega) \cdot d\vec{S}}$$

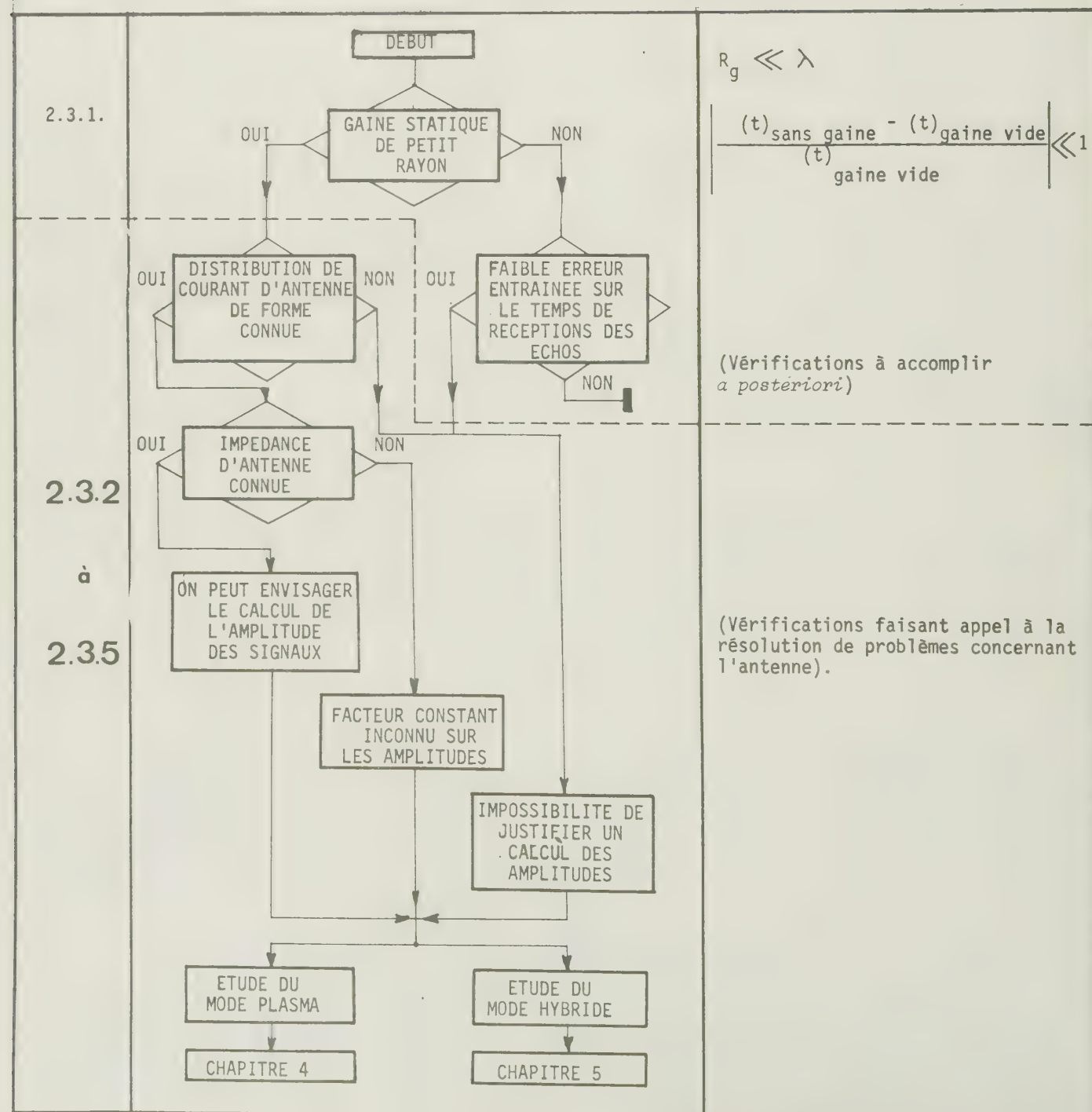
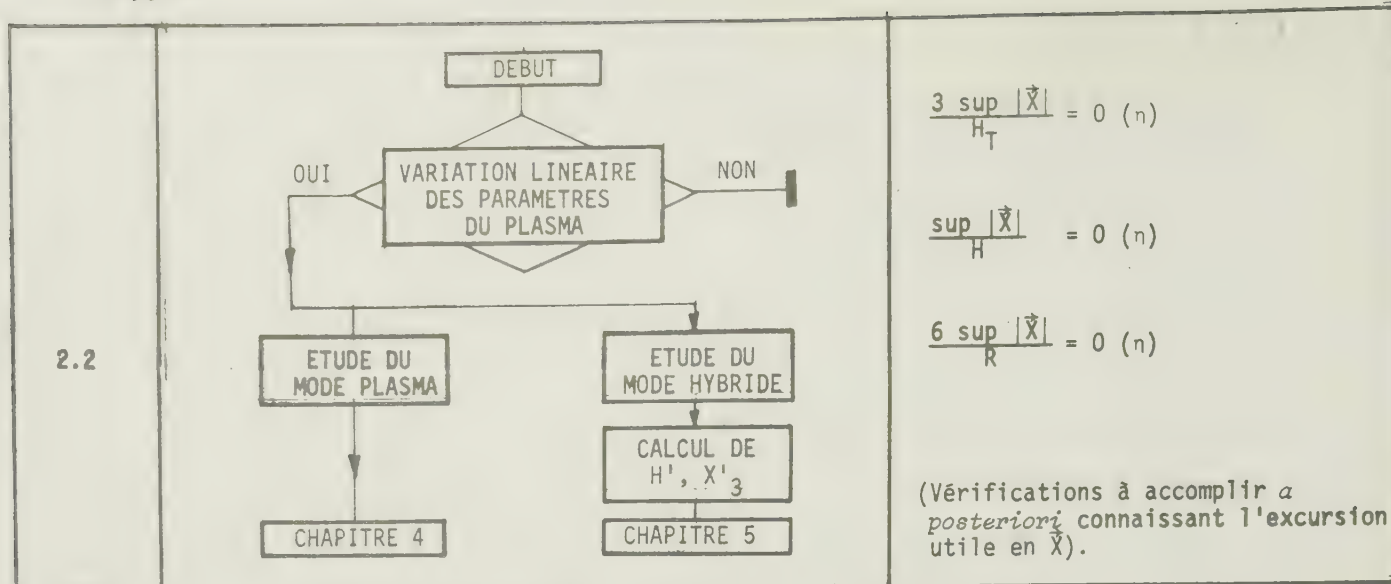
où alim désigne la surface (à définir correctement) qui sépare l'antenne (partie rayonnante) de son circuit d'alimentation. Il est rappelé, en annexe 1 (paragraphe A4) qu'en émission aussi bien qu'en réception, $\vec{J}$ est mathématiquement déterminé

lorsqu'on sait exprimer les conditions aux limites plasma-antenne et qu'on écrit qu'elles sont vérifiées par les grandeurs de champ (grandeurs de champ au sens large, cf. WEIL et DESCHAMPS 1966, p. 29). Pour un dipôle cylindrique parfaitement conducteur dans le vide, on est conduit à l'équation intégrale de HALLEN (1956) dont l'équivalent en magnétoplasma froid n'avait pas été résolu avant que MEYER (1969) en propose une solution au prix d'un formalisme mathématique difficile et dont les applications pratiques n'en sont qu'à leur début. Dans le cas d'un plasma chaud, cela ne clot pas le problème, car les conditions aux limites doivent aussi porter sur les vitesses des électrons au voisinage de l'antenne ; les difficultés se situent alors au niveau de la gaine et ont été sommairement évoquées au paragraphe 2.3.2.

2.4.2. Synthèse pratique du chapitre 2

Avant d'appliquer à un cas réel les calculs présentés dans la suite, il faut savoir si le modèle de plasma et d'antenne que nous venons de décrire est acceptable dans ce cas. Pour faciliter une telle discussion nous regroupons dans le présent paragraphe les hypothèses de travail que nous avons rencontrées au cours du chapitre. Ces hypothèses se traduisent généralement par des inégalités qui devront être satisfaites. Dans un but de clarté, nous donnons à cette synthèse une forme synoptique d'organigramme.





Cet organigramme correspond à trois suites de vérifications à réaliser en parallèle, portant respectivement sur la discussion des équations spécialisées, sur la manière d'introduire les inhomogénéités et sur le modèle d'antenne. Quelques remarques sont utiles dans l'optique des applications pratiques.

a) remarques sur la discussion des équations de la propagation.

La justification des équations hydrodynamiques peut se faire par référence à l'article d'AUBRY, BITOUN et GRAFF (1970) si les paramètres sont voisins de ceux entrant dans les exemples traités dans cet article. Dans le cas contraire, on peut utiliser les sous programmes FORTRAN rédigés à l'occasion de cet article : l'un permet de calculer les solutions de l'équation de dispersion de la théorie adiabatique complète quelle que soit la direction du vecteur d'onde ; un autre permet de résoudre la propagation perpendiculaire dans un magnétoplasma de VLASSOV. La solution de la propagation parallèle a été publiée sous forme de courbes universelles (KUEHL, STEWART et YEH 1965) ; elle peut aussi être programmée aisément à l'aide de la formule (7-5-29) de QUEMADA (1968, p. 263) et d'un sous-programme, d'usage courant à R.S.R., qui permet de calculer la fonction de dispersion du plasma. La discussion des équations spécialisées fait appel à un sous-programme pour le calcul des vitesses de groupe de la théorie adiabatique complète et à un autre sous-programme qui

- pour le mode plasma, permet de résoudre (2-12) et d'appliquer (2-13) (équations simplifiées), puis de résoudre (2-14) et d'appliquer (2-15) (équations à utiliser lorsque $f_N \approx f_H$).

- pour le mode hybride, permet de résoudre (2-16) et d'appliquer (2-17) (équations simplifiées), puis de résoudre (2-19) et d'appliquer (2-19) (équations à utiliser lorsque $f_T \approx 2f_H$).

Une conséquence de la conclusion du paragraphe 3.2.3. (chapitre 3) est que l'erreur E_p introduite par les équations de dispersion simplifiées sur l'instant de la réception d'un écho oblique de fréquence donnée résulte de l'accumulation des erreurs commises lors de l'intégration du temps de groupe le long du trajet d'énergie calculé par ces équations simplifiées. La plus grande erreur relative commise sur les vitesses de groupe rencontrées majeure donc certainement E_p .

b) Introduction des inhomogénéités.

La valeur de $\sup |\vec{X}|$ mesure l'extension totale des rayons (cf. chapitre 4 et 5). Dans les exemples pratiques que nous avons traités et dont un est présenté dans la conclusion, cette distance est inférieure au centième de H , $H_T/3$ ou $R/6$, ce qui justifie le traitement adopté pour ces inhomogénéités de grande échelle. Une hypothèse qui échappe cependant à notre discussion est celle de l'absence d'autres inhomogénéités ; les inhomogénéités de densité de faible longueur caractéristique, si elles existent, échappent à la mesure de H qui caractérise la tangente au profil d'ensemble de la densité de l'ionosphère. Néanmoins, si on admet qu'une petite inhomogénéité locale ne peut être stable dans le temps, le calcul présenté ici peut être considéré comme représentatif de la moyenne d'observations expérimentales échelonnées durant une période suffisamment longue.

c) modèle d'antenne.

Dans les exemples relatifs à l'ionosphère, on pourra vérifier que l'erreur commise sur le temps de propagation des ondes en négligeant la gaine est généralement minime, par exemple 0, 1 ms dans le cas pessimiste d'un trajet de 1 m parcouru dans la gaine par des ondes de vitesse de groupe 10 km/s.

3. CALCUL DU CHAMP EMIS PAR UNE SOURCE DANS UN MILIEU INHOMOGENE A STRATIFICATION HORIZONTALE ET APPLICATION AU CALCUL DES ECHOS OBLIQUES.

3.1 Etude du modèle unidimensionnel par la méthode WKB

3.1.1 Rappel sur la solution WKB en l'absence de source

3.1.2 Solution WKB en présence de source

3.2 Extension au modèle tridimensionnel par la méthode du col

3.2.1 Généralités ; échelles de variations lentes et rapides

3.2.2 Fréquence des ondes

3.2.3 Aperçu sur le calcul de l'amplitude des ondes

3.2.4 Relation entre le méthode du col et le tracé de rayons

3.3 Calcul des échos obliques : méthode et modalités pratiques

3.3.1 Méthode d'étude des échos obliques

3.3.2 Systèmes d'axes et relations de dispersion

3.3.3 Synthèse des opérations et approximations du chapitre 3

3.1 Etude du modèle unidimensionnel par la méthode WKB

3.1.1 Rappel sur la solution WKB en l'absence de source

La variable de champ ϕ^h , fonction de la coordonnée spatiale x est supposée obéir à l'équation différentielle linéaire

$$\left[\frac{d^2}{dx^2} + 2a \frac{d}{dx} + b^2(x) \right] \phi^h(x) = 0 \quad (3-1)$$

Lorsque le coefficient b^2 est constant, la solution générale a l'expression bien connue

$$\phi^h(x) = \phi_+^h(x) + \phi_-^h(x) = \sum_{\epsilon=\pm 1} \phi_\epsilon^h(x) \quad (3-2)$$

où

$$\phi_\epsilon^h(x) = \phi_\epsilon^h(0) e^{ik_\epsilon x}$$

$\phi_\epsilon(0)$ est une constante d'intégration et

$$k_\epsilon = ia + \epsilon (b^2 - a^2)^{1/2} = ia + \chi_\epsilon \quad (3-3)$$

Lorsque b^2 est fonction de x (a restera constant dans toute l'étude), la solution WKB (WENTZEL, KRAMERS, BRILLOUIN) de (3-1) se déduit aisément, par exemple, de l'exposé de BUDDEN (1966, p. 131 - 133) : on cherche la solution sous la forme suivante, où $A = C^{te}$:

$$\phi^h = A e^{i\psi} \quad (3-4)$$

d'où on déduit

$$\phi^{h'} = i\psi' \phi^h ; \quad \phi^{h''} = (i\psi'' - \psi'^2) \phi^h$$

qu'on substitue dans l'équation (3-1) :

$$(i\psi'' - \psi'^2 + 2ia\psi' + b^2) \phi^h = 0 \quad (3-5)$$

En négligeant ψ'' , cette équation donne, pour ψ' et ψ'' , les expressions approchées, où $\epsilon = \pm 1$:

$$\begin{aligned} \psi' &\approx ia + \epsilon \left[b^2(x) - a^2 \right]^{1/2} = k_\epsilon(x) \\ \psi''(x) &\approx k'_\epsilon(x) \end{aligned} \quad (3-6)$$

Cette dernière expression de ψ'' est substituée dans (3-5) qui, résolue en ψ' , donne :

$$\psi' = ia + \epsilon \left[b^2(x) - a^2 \right]^{1/2} \left[1 + \frac{ik'_\epsilon(x)}{b^2(x) - a^2} \right]^{1/2}$$

Le dernier radical, par rapport à l'expression (3 - 6) de Ψ' , est un facteur correctif qui, développé au premier ordre, permet d'écrire

$$\Psi' = ia + \varepsilon \left[b^2(x) - a^2 \right]^{1/2} \left[1 + \frac{i}{2} \frac{k'_\varepsilon(x)}{b^2(x) - a^2} \right] = k_\varepsilon + \frac{i}{2} \frac{\chi'_\varepsilon(x)}{\chi_\varepsilon(x)}$$

où on a tenu compte, du fait que $a = C^{te}$, que $k'_\varepsilon = \chi'_\varepsilon = \frac{d}{dx} \left[\varepsilon (b^2 - a^2)^{1/2} \right]$.

En intégrant :

$$\Psi = \int k_\varepsilon(x) dx + \frac{i}{2} \log \chi_\varepsilon(x)$$

D'après (3 - 4), la solution générale de (3 - 1) est encore du type (3 - 2), mais avec

$$\phi_\varepsilon^h(x) = \phi_\varepsilon^h(x_\varepsilon) \left[\frac{\chi_\varepsilon(x_\varepsilon)}{\chi_\varepsilon(x)} \right]^{1/2} e^{i \int_{x_\varepsilon}^x k_\varepsilon(\xi) d\xi} \quad (3 - 7)$$

où la valeur de ϕ_ε^h au point x_ε est arbitraire.

En substituant cette solution dans l'équation (3 - 1), on est rapidement conduit à la condition de validité :

$$\left| \frac{1}{2} \left(\frac{3}{4} \frac{\chi'^2}{\chi} - \frac{1}{2} \frac{\chi''}{\chi} \right) \right| \ll 1 \quad (3 - 8)$$

Remarques

- La solution que nous venons de rappeler procède selon le schéma suivant : hypothèse que Ψ'' est petit $\rightarrow$ calcul approché de Ψ' dans l'hypothèse $\Psi'' = 0 \rightarrow$ calcul approché de $\Psi'' \rightarrow$ résolution de l'équation avec cette valeur de Ψ'' . Si on prenait simplement $\Psi'' = 0$, on obtiendrait une solution qui se déduirait de (3 - 7) en prenant $\chi_\varepsilon(x_\varepsilon)/\chi_\varepsilon(x) = 1$ et dont la validité serait plus restreinte.

- BREMMER (1951) donne de la solution WKB (3 - 7) l'interprétation physique suivante : dans le cas d'un milieu stratifié par une suite de dioptries plans parallèles, la solution WKB comprend l'onde transmise à travers tous les dioptries successifs et exclut toutes les ondelettes ayant subi des réflexions partielles.

3.1.2 Solution WKB en présence de source

L'équation à résoudre est maintenant

$$\left[\frac{d^2}{dx^2} + 2a \frac{d}{dx} + b^2(x) \right] \phi(x) = S(x) \quad (3 - 9)$$

Nous faisons l'hypothèse que l'équation homogène admet la solution WKB (3 - 7) et nous cherchons une solution de (3 - 9) sous la forme

$$\phi(x) = D_+(x) \phi_+^h(x) + D_-(x) \phi_-^h(x) \quad (3 - 10)$$

En substituant cette expression dans (3 - 9), on obtient

$$\sum_{\epsilon=\pm 1} \left[D_\epsilon (b^2 \phi_\epsilon^h + 2 a \phi_\epsilon^{h'} + \phi_\epsilon^{h''}) + 2a D'_\epsilon \phi_\epsilon^h + 2 D''_\epsilon \phi_\epsilon^h + D'''_\epsilon \phi_\epsilon^h \right] = S$$

Cette équation, en imposant la condition

$$D'_+ \phi_+^h + D'_- \phi_-^h = 0 \quad (3 - 11)$$

qui entraîne

$$\sum_{\epsilon=\pm 1} (D'_\epsilon \phi_\epsilon^h + D''_\epsilon \phi_\epsilon^h) = 0$$

se réduit à

$$D'_+ \phi_+^h + D'_- \phi_-^h = S \quad (3 - 12)$$

Le système linéaire (3 - 11), (3 - 12) détermine D'_+ et D'_-

$$D'_- = \frac{S \phi_+^h}{W} ; \quad D'_+ = - \frac{S \phi_-^h}{W} \quad (3 - 13)$$

W étant le wronskien de l'équation (3 - 9) :

$$W = \phi_-^h \phi_+^h - \phi_+^h \phi_-^h \quad (3 - 14)$$

(3 - 7) entraîne

$$\phi_\epsilon^h = \phi_\epsilon^h \left[ik_\epsilon - \frac{\chi'_\epsilon}{2 \chi_\epsilon} \right]$$

d'où on déduit, d'après (3 - 3) :

$$W = - 2i \phi_+^h \phi_-^h \chi_+ = + 2i \phi_+^h \phi_-^h \chi_- \quad (3 - 15)$$

et

$$D'_\epsilon = \frac{S}{2i \phi_\epsilon^h \chi_\epsilon}$$

D_ϵ s'obtient par une intégration supplémentaire ; on en déduit par (3 - 10) la solution particulière cherchée de l'équation non homogène (3 - 9) :

$$\phi(x) = \sum_{\epsilon=\pm 1} \phi_\epsilon(x) \quad (3 - 16)$$

avec

$$\phi_{\epsilon}(x) = \frac{1}{\left[\chi_{\epsilon}(x)\right]^{1/2}} \int_{x_{\epsilon}}^x \frac{e^{i \int_{u_{\epsilon}}^x k_{\epsilon}(\xi) d\xi} S(u) du}{2i \left[\chi_{\epsilon}(u)\right]^{1/2}} \quad (3 - 17)$$

La solution la plus générale s'obtient en ajoutant à (3 - 16) une solution quelconque (3 - 7) de l'équation homogène (3 - 1), ce qui revient à changer x_{ϵ} . Pour que (3 - 17) soit valable, les seules conditions à satisfaire par $S(x)$ sont des conditions d'intégrabilité. La méthode présentée se généralise aisément à une équation (3-1) d'ordre n ; la fonction χ a alors n déterminations, mais on n'est conduit à des expressions simples pour ces déterminations que si $n \leq 2$.

Cas particulier d'une source de petites dimensions

Supposons que la fonction source $S(x)$ n'a de valeurs non nulles que dans un intervalle S , centré sur le point s de l'axe Ox et d'étendue Δs . Entre deux points s_1 et s_2 de la source, on a

$$|\chi(s_2) - \chi(s_1)| \approx |(s_2 - s_1) \chi'(s_1) + \frac{(s_2 - s_1)^2}{2} \chi''(s_1)| \leq \Delta s |\chi'(s) + \frac{1}{2} \Delta s \chi''(s)|$$

Nous supposons que l'inégalité suivante est vérifiée :

$$\Delta s \left| \frac{\chi'(s)}{\chi(s)} \right| + \frac{1}{2} \Delta s \left| \frac{\chi''(s)}{\chi(s)} \right| \ll 1 \quad (3 - 18)$$

Cette inégalité exprime qu'entre deux points s_1 et s_2 de la source, la variation relative $|\left[\chi(s_2) - \chi(s_1)\right] / \chi(s_1)|$ est très faible. Si χ varie suffisamment lentement, cette inégalité peut être vérifiée par des sources de dimension nettement plus grande qu'une longueur d'onde.

a) supposons, dans (3 - 17), x_{ϵ} et x tels que $S_{\epsilon}(x_{\epsilon}, x)$. Les bornes d'intégration x_{ϵ} , x peuvent être remplacés par $-\infty$, $+\infty$ et, en vertu de (3 - 18), (3 - 17) peut s'écrire

$$\phi_{\epsilon}(x) \approx \frac{e^{i \int_{s_{\epsilon}}^x k_{\epsilon}(\xi) d\xi}}{2i \left[\chi_{\epsilon}(x) \chi_{\epsilon}(s)\right]^{1/2}} \int_{-\infty}^{+\infty} S(u) e^{-i \int_{s_{\epsilon}}^u k_{\epsilon}(\xi) d\xi} du$$

s et u appartenant à S , on a $\int_{s_{\epsilon}}^u k_{\epsilon}(\xi) d\xi \approx (u - s) k_{\epsilon}(s)$, d'où

$$\phi_{\epsilon}(s) \approx \frac{e^{i \int_{s_{\epsilon}}^x k_{\epsilon}(\xi) d\xi} S[k_{\epsilon}(s)]}{2i \left[\chi_{\epsilon}(x) \chi_{\epsilon}(s)\right]^{1/2}} \cdot e^{i s k_{\epsilon}(s)} \quad (3 - 19)$$

où $S[k_{\epsilon}(s)]$ est la valeur que prend la transformée de FOURIER $S(k)$ de la source $S(x)$,

au point $k=k_\epsilon(s)$. Une variante de ce résultat peut être obtenue par la procédure formelle suivante, introduite par FEJER et YU (1970) et décrite ci-après : prenons la transformée de FOURIER de (3 - 9), comme si les coefficients étaient constants :

$$(-k^2 + 2aik + b^2) \phi(k) = S(k)$$

$$\phi(k) = \frac{S(k)}{-(k - k_\epsilon)(k - k_{-\epsilon})}$$

Inversons, puis prenons le résidu $\phi_\epsilon(x)$, correspondant à k_ϵ :

$$\begin{aligned} \phi(x) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S(k) e^{ikx} dk}{-(k - k_\epsilon)(k - k_{-\epsilon})} \\ \phi_\epsilon(x) &= \frac{S[k_\epsilon] e^{ik_\epsilon x}}{2i\chi_\epsilon} \end{aligned} \quad (3 - 20)$$

La comparaison de cette expression avec (3 - 19) montre de manière simple les opérations formelles à accomplir pour passer de l'une à l'autre. L'expression utilisée par FEJER et YU, directement calquée sur (3 - 20), diffère de (3 - 19) : son dénominateur est $2i\chi_\epsilon(s)$ au lieu de $2i \left[\chi_\epsilon(s) \chi_\epsilon(x) \right]^{1/2}$; l'expression de FEJER et YU introduit donc la condition supplémentaire que le point de réception x est à une distance de la source s faible devant l'échelle de hauteur caractérisant la variation de $\chi_\epsilon(x)$.

b) si S est extérieur à (x_ϵ, x) la contribution correspondante $\phi_\epsilon(x)$ est nulle.

Conditions aux limites

Dans un problème pratique, la solution comprend une contribution $\phi_+(x)$ et une contribution $\phi_-(x)$. Ajouter à cette solution une solution quelconque de l'équation homogène (3 - 1) revient à changer, dans (3 - 17), la borne d'intégration x_ϵ en un nombre arbitraire x'_ϵ (qui peut très bien être dans l'intervalle S , support de la source). Le choix de ces nombres x'_+ et x'_- se fait en écrivant que les conditions aux limites sont satisfaites. Cet arbitraire se retrouve dans la procédure formelle ci-dessus lorsqu'on calcule la transformée de FOURIER correctement (au sens des distributions), ce qui revient à ajouter à cette transformée une distribution arbitraire de la forme $F(k)\delta(-k^2+2aik+b^2)$. Cette distribution se trouve déterminée lorsqu'on exprime les conditions aux limites ; une telle détermination est accomplie à l'annexe 1 (paragraphe A1) dans le cas de la condition de rayonnement.

Points-limites (turning points)

Aux points de branchement de $k(x)$, les deux déterminations k_+ et k_- se confondent et on a $b^2(x) = a^2$. La solution WKB n'est pas valable au voisinage de ces points car $\chi' / \chi^2 = b(x)b'(x) [b^2(x) - a^2]^{-3/2}$ y est infini. Ces points ont un intérêt particulier pour nous, puisqu'ils ont, dans la suite, la signification physique de points de réflexion des ondes. La solution au voisinage d'un tel point X_R est décrite dans les ouvrages de mécanique quantique, où la méthode WKB est fréquemment appliquée à l'équation de SCHRODINGER ; le raccordement entre les deux déterminations k_+ et k_- y est étudié et on établit un résultat intéressant qui est (cf. MERZBACHER, 1961, p. 114-116) que la solution WKB (3-7) $\phi_\epsilon^h(X_R)$ (bornes d'intégration x_ϵ et X_R) est encore valable si

$$| b^2(x_\epsilon) (X_R - x_\epsilon)^2 | \gg 1 \quad (3 - 21)$$

inégalité qui sera utilisée dans la suite pour discuter la validité des solutions réfléchies.

3.2 Extension au modèle tridimensionnel par la méthode du col

3.2.1 Généralités ; échelles de variations lentes et rapides

On considère un milieu (cf. paragraphe 2-2), défini par des paramètres dépendant de la seule coordonnée X_3 . Si la propagation des ondes est gouvernée par une équation aux dérivées partielles linéaire du second ordre, on peut faire une transformation de FOURIER sur X_1 , X_2 , et t et on aboutit, pour la dépendance de la variable de champ $\phi(k_1, k_2, X_3, \omega)$ en X_3 , à une équation de type (3 - 9), dans laquelle a , b et S sont des fonctions connues de k_1 , k_2 , X_3 et ω (on suppose a indépendant de X_3 , ce qui suffit pour les applications en vue). La solution WKB est valable si a et b donnent lieu, par (3 - 3), à une fonction $\chi_\epsilon(X_3)$ vérifiant (3 - 8). Dans l'approximation d'une source localisée près de $X_3=0$, c'est-à-dire vérifiant (3 - 18) avec $s=0$, k_ϵ étant défini par (3 - 3), cette solution est, d'après (2 - 19) :

$$\phi_\epsilon(k_1, k_2, X_3, \omega) = \frac{e^{i \int_0^{X_3} k_\epsilon(k_1, k_2, \xi, \omega) d\xi} S[k_1, k_2, k_\epsilon(k_1, k_2, X_3=0, \omega), \omega]}{2i \left[\chi_\epsilon(k_1, k_2, X_3=0, \omega) \chi_\epsilon(k_1, k_2, X_3, \omega) \right]^{1/2}} \quad (3 - 22)$$

En inversant la transformée de FOURIER, on obtient :

$$\phi_\epsilon(\vec{X}, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint \frac{S[k_1, k_2, k_\epsilon(k_1, k_2, X_3=0, \omega), \omega] e^{i\Phi}}{2i \left[\chi_\epsilon(k_1, k_2, X_3=0, \omega) \chi_\epsilon(k_1, k_2, X_3, \omega) \right]^{1/2}} dk_1 dk_2 d\omega \quad (3 - 23)$$

avec

$$\Phi = k_1 X_1 + k_2 X_2 + I - \omega t \quad (3 - 24)$$

et

$$I = \int_0^{X_3} k_\epsilon(k_1, k_2, \xi, \omega) d\xi \quad (3 - 25)$$

Soit $\{\omega^c(\vec{X}, t), k_1^c(\vec{X}, t), k_2^c(\vec{X}, t)\}$ un point col de la fonction $\phi(\omega, k_1, k_2)$, c'est-à-dire un ensemble de valeurs de ω, k_1, k_2 vérifiant le système

$$\frac{\partial \Phi}{\partial k_1} = X_1 + \frac{\partial I}{\partial k_1} = 0 \quad (3 - 26)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial k_2} = X_2 + \frac{\partial I}{\partial k_2} = 0 \quad (3 - 27)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \omega} = -t + \frac{\partial I}{\partial \omega} = 0 \quad (3 - 28)$$

(3 - 23) peut s'écrire

$$\phi_{\epsilon}(\vec{X}, t) = e^{i\phi^C(\vec{X}, t)} \psi(\vec{X}, t) \quad (3 - 29)$$

où ϕ^C est la valeur prise par ϕ au point col et

$$\psi(\vec{X}, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint \frac{e^{i(\phi - \phi^C)} S[k_1, k_2, k_{\epsilon}(k_1, k_2, X_3=0, \omega), \omega]}{2i \left[\chi_{\epsilon}(k_1, k_2, X_3=0, \omega) \chi_{\epsilon}(k_1, k_2, X_3, \omega) \right]^{1/2}} dk_1 dk_2 d\omega \quad (3 - 30)$$

L'introduction du col est particulièrement intéressante si $e^{i\phi^C(\vec{X}, t)}$ et $\psi(\vec{X}, t)$ correspondent à deux échelles de variations différentes, l'une rapide et l'autre lente, qui se trouvent par conséquent séparées. Pour vérifier si on est dans ce cas, il faut comparer les dérivées partielles de $i\phi^C$ avec celles de $\ln \psi$. Calculons celles de ϕ^C . Par exemple

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi^C}{\partial X_2} &= -t \frac{\partial \omega^C}{\partial X_2} + k_2^C + X_1 \frac{\partial k_1^C}{\partial X_2} + X_2 \frac{\partial k_2^C}{\partial X_2} + \frac{\partial I}{\partial k_1} \frac{\partial k_1^C}{\partial X_2} + \frac{\partial I}{\partial k_2} \frac{\partial k_2^C}{\partial X_2} + \frac{\partial I}{\partial \omega} \frac{\partial \omega^C}{\partial X_2} \\ &= k_2^C \quad (\text{en utilisant les équations du col, (3 - 26) à (3 - 28)}) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \phi^C}{\partial X_3} = \frac{\partial I}{\partial X_3} = k_{\epsilon}^C = k_{\epsilon}(k_1^C, k_2^C, X_3, \omega^C)$$

d'où

$$\left\{ \frac{\partial \phi^C}{\partial \vec{X}}, \frac{\partial \phi^C}{\partial t} \right\} = \{k_1^C, k_2^C, k_{\epsilon}^C, -\omega^C\} = \{\vec{k}^C, -\omega^C\} \quad (3 - 31)$$

On pose

$$\{\partial \ln \psi / \partial \vec{X}, \partial \ln \psi / \partial t\} = \{i\vec{K}, -i\bar{\omega}\} \quad (3 - 32)$$

Pour un petit déplacement $\Delta \vec{X}$, Δt , le champ ϕ_{ϵ} a une variation $\Delta \phi$:

$$\frac{\Delta \phi}{\phi_{\epsilon}} = i(\vec{k}^C + \vec{K}) \cdot \Delta \vec{X} - i(\omega^C + \bar{\omega}) \Delta t \quad (3 - 33)$$

Les échelles de variations se séparent si, dans (3 - 33), les contributions de $\vec{K}$ et $\bar{\omega}$ sont négligeables :

$$|\vec{K} \cdot \Delta \vec{X} - \bar{\omega} \Delta t| \ll |\vec{k}^C \cdot \Delta \vec{X} - \omega^C \Delta t| \quad (3 - 34)$$

ou, si on se limite à des déplacements dont la vitesse $\vec{V}_s = \Delta \vec{X} / \Delta t$ est, en module, beaucoup plus petite que la vitesse de phase $\vec{V}_{\phi}^C = \omega^C / k^C$ correspondant au col :

$$|\bar{\omega} - \vec{K} \cdot \vec{V}_s| \ll |\omega^C| \quad (3 - 35)$$

Ce raisonnement ne vaut que pour des déplacements assez petits pour que (3 - 33) représente bien $\Delta\phi/\phi_\epsilon$. Compte-tenu de (3 - 35), et de $V_s \ll V_\phi$, cette condition s'exprime par

$$\Delta t \ll |2 \omega^C / (\partial \omega^C / \partial t)|$$

En pratique Δt doit pouvoir excéder la période $|2\pi/\omega^C|$, d'où l'inégalité

$$|\partial \omega^C / \partial t| \ll |\omega^C|^2 / \pi \quad (3 - 36)$$

3.2.2 Fréquence des ondes

Lorsque les inégalités (3 - 35) et (3 - 36) sont satisfaites, la composante de champ ϕ_ϵ (3 - 29) est une onde dont les variations rapides sont décrites par la phase $\phi^C(\vec{X}, t)$, caractérisée par la pulsation (fréquence angulaire)

$$\Omega(t) = -d \phi^C(\vec{X}, t) / dt \quad (3 - 37)$$

Pour un point d'observation se déplaçant à la vitesse $\vec{V}_s$, on a

$$\Omega(t) = -\left(\frac{\partial \phi^C}{\partial t} + \frac{\partial \phi^C}{\partial \vec{X}} \cdot \vec{V}_s\right)$$

les dérivées partielles intervenant dans cette expression ont été écrites en (3 - 31), d'où

$$\Omega(t) = \omega^C - \vec{k}^C \cdot \vec{V}_s \quad (3 - 38)$$

La pulsation observée est donc donnée par la formule classique de l'effet DOPPLER d'une onde plane. Cette propriété n'a été éclaircie que progressivement au cours des articles consacrés aux échos obliques : Mc AFEE (1969 a) admet l'égalité (3-38) sans démonstration et sans voir le problème correspondant ; BITOUN, GRAFF et AUBRY (1970) la constatent en calculant numériquement et séparément $-d\phi^C/dt$ et $\omega^C - \vec{k}^C \cdot \vec{V}_s$; FEJER et YU (1970) signalent l'oubli de Mc AFEE, mais donnent de cette égalité une démonstration dans laquelle n'apparaît pas la dérivation l'intégrale I par rapport à la variable X_3 ; cette dérivation est rétablie par GRAFF (1970).

Dans le cas des expériences que nous interprêtons, la pulsation $\Omega(t)$ pourra être isolée par un filtre passe-haut, coupant, dans le repère du récepteur, l'échelle de variation temporelle lente, tandis que $\psi(\vec{X}, t)$ est "l'amplitude du signal" et sera en pratique restituée par un circuit détecteur branché sur l'antenne de réception. Notre effort, dans la suite, porte essentiellement sur le calcul de $\Omega(t)$ qui consiste uniquement en manipulations des équations de dispersion comme nous l'avons montré au chapitre 2, ces manipulations s'accompagnent d'erreurs

minimes lorsqu'on se trouve bien dans le domaine de validité des équations spécialisées établies aux paragraphes 2.1.3 et 2.1.4 ; néanmoins, nous avons signalé à ce même chapitre une source d'erreur liée au temps de transit des ondes dans la gaine (paragraphe 2.3.1), mais nous verrons que dans la quasi généralité des cas où la méthode WKB est valable, cette source d'erreur est négligeable. Une bien plus grande indétermination intervient dans le calcul de l'amplitude Ψ dont la valeur (cf. équations 2-53 à 2-55) dépend de la distribution de charge de l'antenne qui, même dans le cas du modèle dipôle infinitésimal (équations 2-49 et 2-50), dépend de l'impédance de l'antenne, fonction $Z_A(\omega)$ que nous ne connaissons pas et que nous pouvons seulement, et peut-être à tort, supposer constante dans l'intervalle spectral $\Delta\omega$ qui contribue à l'intégrale en ω définissant Ψ (équation 3-30). Cette indétermination explique que nous ayons laissé pour l'instant de côté le calcul de Ψ . L'impédance de l'antenne intervient de nouveau lorsque, de Ψ , on veut déduire le courant recueilli par l'antenne réceptrice (cf. 2-56 et 2-57).

Il est néanmoins possible, dans l'hypothèse $Z_A(\omega) = \text{Cte}$, d'obtenir une expression approchée de Ψ ; c'est ce que nous présentons maintenant.

3.2.3 Aperçu sur le calcul de l'amplitude

Lorsque (3-35) et (3-36) sont satisfaites, les variations lentes de l'onde ϕ_ϵ sont décrites par l'amplitude de $\Psi(\vec{X}, t)$, définie par (3-30). Une manière de calculer l'intégrale qui définit cette amplitude, est de prendre pour trajets d'intégration des contours franchissant le point-col par la ligne de pente descendante de la partie réelle de l'exponentielle. Les valeurs de l'intégrant contribuant notablement au résultat se trouvent ainsi concentrées au voisinage du col, ce qui permet de calculer approximativement l'intégrale en utilisant, dans ce voisinage, une expression approchée de l'exposant $\Phi - \Phi^C$, par exemple un développement en série de TAYLOR.

En vertu des équations du col, ce développement commence par des termes de second ordre :

$$\begin{aligned} \Phi(k_1, k_2, \omega) - \Phi(k_1^C, k_2^C, \omega^C) = & \frac{1}{2} \left[(k_1 - k_1^C)^2 \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial k_1^2} \right)^C + (k_2 - k_2^C)^2 \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial k_2^2} \right)^C + (\omega - \omega^C)^2 \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \omega^2} \right)^C \right. \\ & + 2(k_1 - k_1^C)(k_2 - k_2^C) \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial k_1 \partial k_2} \right)^C + 2(k_2 - k_2^C)(\omega - \omega^C) \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial k_2 \partial \omega} \right)^C + 2(\omega - \omega^C)(k_1 - k_1^C) \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \omega \partial k_1} \right)^C \left. \right] \\ & + \dots \end{aligned}$$

En se limitant à ces termes, on définit une valeur approchée de $\Phi - \Phi^C$ qui est une forme quadratique Q des variables $k_1 - k_1^C$, $k_2 - k_2^C$, $\omega - \omega^C$:

$$\Phi - \Phi^C \approx Q(k_1 - k_1^C, k_2 - k_2^C, \omega - \omega^C) \quad (3 - 40)$$

qu'on réduit à la forme canonique (dont les coefficients sont réels, si k_1^C , k_2^C , ω^C le sont, ce que nous supposons maintenant) :

$$\Phi - \Phi^C \approx A_1 u_1^2 + A_2 u_2^2 + A_3 u_3^2 \quad (3 - 41)$$

On adopte les variables u_1 , u_2 , u_3 comme variables d'intégration de (3 - 30) ce qui donne

$$\Psi(\vec{X}, t) = \iiint F[k_1(u_1, u_2, u_3), k_2(u_1, u_2, u_3), \omega(u_1, u_2, u_3)] e^{i(A_1 u_1^2 + A_2 u_2^2 + A_3 u_3^2)} \frac{\partial(k_1, k_2, \omega)}{\partial(u_1, u_2, u_3)} du_1 du_2 du_3 \quad (3 - 42)$$

où F est l'expression qui multiplie $e^{i(\Phi - \Phi^C)}$ dans l'intégrant de (3 - 30).

Donnons maintenant, sans la justifier outre-mesure, une formulation simple du résultat, qui évite la détermination des lignes de pente. Supposons que dans l'intervalle ($|u_1| < (N_1/A_1)^{1/2}$, $|u_2| < (N_2/A_2)^{1/2}$, $|u_3| < (N_3/A_3)^{1/2}$) (où N_1 , N_2 , N_3 sont des nombres positifs à déterminer, d'autant plus grands que la précision requise sur Ψ sera grande), d'une part le développement (3 - 41) représente de manière satisfaisante la fonction $\Phi - \Phi^C$ en vue du calcul de l'intégrale (3 - 42) - pour cela il n'est ni nécessaire ni suffisant que le développement de TAYLOR (3 - 39) soit absolument convergent -, d'autre part que la fonction $H(u_1, u_2, u_3) = F \cdot \frac{\partial(k_1, k_2, \omega)}{\partial(u_1, u_2, u_3)}$ diffère peu de sa valeur en $u_1 = u_2 = u_3 = 0$. Alors en utilisant la formule

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{iAu^2} du = (1 + \frac{A}{|A|} i) \left(\frac{\pi}{2|A|}\right)^{1/2}$$

aisément déduite des intégrales de FRESNEL C(x) et S(x), on obtient, pour Ψ , l'expression approchée

$$\Psi(\vec{X}, t) = H(0, 0, 0) \prod_{m=1}^3 \left(1 + \frac{A_m}{|A_m|} i\right) \left(\frac{\pi}{2|A_m|}\right)^{1/2} \quad (3 - 43)$$

Cette expression, obtenue par une intégration sur les axes réels, sur lesquels la phase de l'intégrant de (3-42) n'est pas stationnaire, risque d'être très grossière, vue que C(N) et S(N) approchent assez mal C(∞) et S(∞) quand N est de l'ordre de quelques unités (écarts relatifs de 20 % environ pour N de

l'ordre de 4). Nous ne pousserons pas l'analyse plus loin, nous bornant à rappeler qu'un résultat mieux justifié peut être obtenu en intégrant (3 - 42), dans les plans complexes des variables u_1, u_2, u_3 , le long des lignes de pente des parties réelles des fonctions $e^{iA_1 u_1^2}, e^{iA_2 u_2^2}, e^{iA_3 u_3^2}$; le long de ces lignes de pente (droites du type $\text{Im } u = \pm \text{Re } u$), les exponentielles précédentes varient comme des gaussiennes $e^{-\alpha^2 u^2}$ et on se ramène à des fonctions d'erreur qui convergent beaucoup plus vite que les intégrales de Fresnel pour les grandes valeurs de la variable et ne présentent pas d'oscillations (contours à phase stationnaire). Nous n'avons pas entrepris les calculs correspondants.

3.2.4 Relation entre la méthode du col et le tracé de rayons

Cherchons la trajectoire $\vec{X}(t)$ d'un point de l'espace où les coordonnées ω^c, k_1^c, k_2^c du col restent constantes. L'équation du col (3 - 26), donnant k_1^c , s'écrit, après déplacement $d\vec{X}$, dt :

$$X_1 + \frac{\partial I}{\partial k_1} + \frac{\partial}{\partial \vec{X}} \left(X_1 + \frac{\partial I}{\partial k_1} \right) \cdot d\vec{X} + \frac{\partial}{\partial t} \left(X_1 + \frac{\partial I}{\partial k_1} \right) dt = 0$$

Cette équation et (3 - 26) sont vérifiées par le même ensemble $\{\omega^c, k_1^c, k_2^c\}$, d'où

$$\frac{\partial}{\partial \vec{X}} \left(X_1 + \frac{\partial I}{\partial k_1} \right) \cdot d\vec{X} + \frac{\partial}{\partial t} \left(X_1 + \frac{\partial I}{\partial k_1} \right) dt = 0$$

développons le produit scalaire et commutons les dérivations par rapport à k_1 et par rapport aux variables d'espace et de temps :

$$dX_1 + \frac{\partial}{\partial k_1} \left[\frac{\partial I}{\partial X_1} dX_1 + \frac{\partial I}{\partial X_2} dX_2 + \frac{\partial I}{\partial X_3} dX_3 + \frac{\partial I}{\partial t} dt \right] = 0$$

La seule variable d'espace ou de temps dont I dépend explicitement est X_3 et $\partial I / \partial X_3 = k_3$ par conséquent

$$dX_1 + \frac{\partial k_3}{\partial k_1} dX_3 = 0$$

L'équation de dispersion $D(k_1, k_2, k_3, X_3, \omega) = 0$ entraîne

$$dD = \frac{\partial D}{\partial \omega} d\omega + \frac{\partial D}{\partial k_1} dk_1 + \frac{\partial D}{\partial k_2} dk_2 + \frac{\partial D}{\partial k_3} dk_3 = 0$$

En introduisant la vitesse de groupe :

$$\vec{V}_g = \frac{\partial \omega}{\partial \vec{k}} = - \frac{\partial D / \partial \vec{k}}{\partial D / \partial \omega} \quad (3 - 44)$$

on peut écrire :

$$\frac{\partial k_3}{\partial k_1} = - \frac{\partial D / \partial k_1}{\partial D / \partial k_3} = - \frac{V_{g1}}{V_{g3}}$$

Par conséquent

$$dX_1 / V_{g1} = dX_3 / V_{g3}$$

On obtient de même, à l'aide des deux autres équations (3 - 27) et (3 - 28) :

$$dX_2 / V_{g2} = dX_3 / V_{g3} = dt$$

d'où finalement

$$d\vec{X} = \vec{V}_g . dt \quad (3 - 45)$$

La trajectoire ainsi définie, caractérisée en chaque point par la vitesse de groupe, n'est autre qu'un rayon. La constance de ω^C , k_1^C , k_2^C , le long de ce rayon exprime la loi de SNELL-DESCARTES généralisée, qui donne lieu à la construction de POEVERLEIN, rappelée au paragraphe 1.3.3 : la résolution des équations du col en $\vec{X}$, t et la recherche des rayons émis par une source donnée et aboutissant en $\vec{X}$ à l'instant t sont donc un seul et même problème. Les rayons, ainsi définis, ont une signification physique importante dans les milieux sans pertes, dans lesquels la vitesse de groupe est la vitesse de propagation de l'énergie. Rappelons, pour terminer, comment cette vitesse se relie aux densités et flux des diverses espèces d'énergie, dans le cas d'un plasma chaud.

Aux paragraphes 2.1.1 et 2.1.2 nous avons défini des conditions de travail dans lesquelles les pertes d'énergie cohérente liée aux ondes sont négligeables. Alors le tenseur diélectrique du milieu homogène est identique à sa partie hermitique :

$$\vec{\vec{K}} = \vec{\vec{K}}_h \quad (3 - 46)$$

A partir du tenseur $\vec{\vec{\Gamma}}$ défini par

$$\vec{\vec{\Gamma}} . \vec{E} = \frac{1}{\omega} \vec{k} \times (\vec{k} \times \vec{E}) + \frac{\omega}{c^2} \vec{\vec{K}} . \vec{E} = - i \mu_0 \vec{\vec{W}} . \vec{E} \quad (3 - 47)$$

où $\vec{E}$ est la composante de FOURIER $\vec{E}(\vec{k}, \omega)$ du champ électrique dans ce milieu, on peut alors exprimer la densité moyenne d'énergie cohérente totale W_{TOT} liée à cette composante

$$W_{TOT} = W_M + W_E \quad (3 - 48)$$

avec

$$W_M = \frac{1}{4} \mu_0 \vec{H}^* \cdot \vec{H} \quad (\text{énergie magnétique}) \quad (3 - 49)$$

$$W_E = \frac{1}{4} \epsilon_0 \vec{E}^* \cdot \frac{\partial}{\partial \omega} (\omega \vec{K}) \cdot \vec{E} \quad (\text{énergie électrostatique} + \text{énergie cinétique}) \quad (3 - 50)$$

W_{TOT} s'exprime par :

$$W_{TOT} = \frac{1}{4\mu_0} \vec{E}^* \cdot \frac{\partial \vec{\Gamma}}{\partial \omega} \cdot \vec{E} \quad (3 - 51)$$

On peut également exprimer, à l'aide de $\vec{\Gamma}$, le flux total d'énergie :

$$\vec{\Phi} = \vec{P} + \vec{T} \quad (3 - 52)$$

où

$$\vec{P} = \frac{1}{4} (\vec{E} \times \vec{H}^* + \vec{E}^* \times \vec{H}) \quad (3 - 53)$$

est le vecteur de POYNTING moyen, flux moyen d'énergie électromagnétique et

$$\vec{T} = -\frac{1}{4} \omega \epsilon_0 \vec{E}^* \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{k}} (\vec{K}) \cdot \vec{E} \quad (3 - 54)$$

est le flux d'énergie cinétique. $\vec{\Phi}$ a pour expression :

$$\vec{\Phi} = -\frac{1}{4\mu_0} \vec{E}^* \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{k}} (\vec{\Gamma}) \cdot \vec{E} \quad (3 - 55)$$

A partir de l'équation de dispersion $D(\vec{k}, \omega) = 0$, on peut définir la vitesse de groupe (3 - 44) et démontrer la relation :

$$\vec{V}_g = \frac{\vec{\Phi}}{W_{TOT}} \quad (3 - 56)$$

qui lui donne sa signification physique de vitesse de propagation de l'énergie, et nous permettra dans la suite de l'utiliser en ce sens. Les expressions précédentes sont classiques (STIX, 1962, chapitre 3 ; expressions en unités S.I. dans QUEMADA, 1968, chapitres 5 et 9).

3.3 Calcul des échos obliques : méthode et modalités pratiques

3.3.1 Méthode d'étude des échos obliques

La méthode que nous adoptons pour étudier les échos obliques est exactement celle que nous avons développée aux paragraphes 3.1 et 3.2. Le type des solutions recherchées est dicté par notre but qui est d'interpréter un effet expérimental qui a été décrit au chapitre 2 et qui se passe dans un milieu dont, au chapitre 2, a été défini un modèle aussi précis que possible : il s'agit donc, pour le milieu défini par les équations de dispersion du chapitre 2 (modes "plasma" et "hybride"), de déterminer les solutions de type écho, c'est-à-dire pour lesquelles le chemin d'intégration de la méthode WKB passe par un point limite X_R . Nous aurons donc une intégrale I(3 - 25) du type

$$I = \int_0^{X_R} k_{\epsilon}(\xi) d\xi + \int_{X_R}^{X_3} k_{-\epsilon}(\xi) d\xi \quad (3 - 57)$$

où 0 est la coordonnée de la source, selon l'axe OX_3 (la source sera supposée localisée à l'origine des axes) et X_3 la coordonnée du récepteur, selon le même axe OX_3 . Le rôle de l'axe noté OX_3 au paragraphe 3.2 est joué, dans le cas du mode plasma, par l'axe OX_3 défini au paragraphe 2.2 et dans le cas du mode hybride, par l'axe OX'_3 défini au même paragraphe 2.2 ; les deux axes OX_3 et OX'_3 , dont la définition est rappelée au paragraphe suivant, sont confondus lorsque, dans l'étude du mode hybride, on peut négliger le gradient du champ magnétique terrestre.

La grandeur qui donne lieu à l'interprétation de données expérimentales, et que nous devons donc calculer avec précision, est la fréquence angulaire $\Omega(t)$ d'un écho aboutissant, à l'instant t , à un récepteur de mouvement uniforme donné $\vec{X} = \vec{V}_s t$. Les opérations à accomplir pour atteindre ce but sont donc essentiellement à partir de l'équation de dispersion, calculer les coefficients a, b de (3 - 9) ; en déduire k_{ϵ} et χ_{ϵ} (3 - 3) ; calculer l'intégrale I (3 - 25) ; résoudre le système des équations du col (3 - 26) à (3 - 28), d'où les expressions

$$\omega^c(\vec{X}, t), k_1^c(\vec{X}, t), k_2^c(\vec{X}, t) ;$$

en déduire, par (3 - 31), $k_{\epsilon}^c = k_{\epsilon}(k_1^c, k_2^c, X_3, \omega^c)$ et $\vec{k}^c(\vec{X}, t)$; écrire enfin l'expression de la fréquence angulaire cherchée :

$$\Omega(t) = \omega^c(\vec{V}_s t, t) - \vec{k}^c(\vec{V}_s t, t) \cdot \vec{V}_s \quad (3 - 58)$$

Ces calculs seront explicités au chapitre 4, consacré à l'étude des échos obliques du mode plasma, et au chapitre 5, consacré à la même étude, pour le mode hybride.

Avant d'aborder ces chapitres, pour faciliter les applications pratiques, nous résumons, à la lumière de la méthode que nous venons d'exposer, les grandeurs du chapitre 2 intervenant effectivement dans les calculs. Nous présentons ces grandeurs en vue de leur évaluation à partir des données habituellement disponibles dans les situations expérimentales réelles. Il s'agit essentiellement des systèmes d'axes précisant la géométrie du milieu et des équations de dispersion.

3.3.2 Systèmes d'axes et relations de dispersion

Trois vecteurs fixent la géométrie de notre problème. Ce sont le champ magnétique terrestre $\vec{B}_0$, la vitesse $\vec{V}_s$ de l'antenne réceptrice par rapport au plasma et enfin $\vec{\nabla}D = \partial D / \partial \vec{X}$, gradient de la quantité scalaire $D(\vec{k}, \omega, \vec{X})$, relation de dispersion du plasma homogène de mêmes paramètres que l'ionosphère au point $\vec{X}$. Au paragraphe 2.2 nous avons vu que si D est la relation de dispersion spécialisée du mode plasma, notée D_N dans la suite, $\vec{\nabla}D_N$ est parallèle à $\vec{\nabla}N$, gradient de la densité électronique. Dans le cas du mode hybride ($D=D_T$), $\vec{\nabla}D_T$ fait intervenir en plus les variations des composantes de $\vec{B}_0$.

Les vecteurs précédents seront repérés par rapport à un trièdre OXYZ, dit géographique (figure 18) dans les applications à l'ionosphère, et dont les axes sont conventionnellement dirigés vers l'Est, le Nord et le Zénith. Un vecteur a , dans ce système, des composantes repérées par les indices X, Y, Z.

$\vec{\nabla}D_N$ définit, en sens et direction, un axe OX_3 et $\vec{\nabla}D_T$ un axe OX'_3 . OX_3 (cf équation (3 - 59) ci-après) est opposé à $\vec{\nabla}N$ et il en est de même pour OX'_3 , lorsque le gradient de $\vec{B}_0$ peut être négligé dans la définition de $\vec{\nabla}D_T$. $\vec{B}_0$ définit la direction et le sens de l'axe Oz. On pose

$$\gamma = (OX_3, Oz) \quad (0 \leq \gamma \leq \pi)$$

On définit le vecteur unitaire $\vec{e}_{X_2}$ de l'axe OX_2 en fonction des vecteurs unitaires $\vec{e}_{X_3}$ et $\vec{e}_z$ des axes OX_3 et oz par

$$\vec{e}_{X_2} = \vec{e}_{X_3} \times \vec{e}_z / \sin \gamma$$

OX_1 est alors déterminé de sorte que le trièdre $OX_1 X_2 X_3$, qui sera utilisé lors de l'application de la méthode WKB à l'étude des échos obliques sur le mode plasma (chapitre 4), soit direct. A partir de $\gamma' = (OX'_3, Oz)$ ($0 \leq \gamma' \leq \pi$), on définit de la même manière le trièdre $OX'_1 X'_2 X'_3$ utilisé au chapitre 5 (échos en mode hybride). Les composantes d'un vecteur $\vec{k}$ sont respectivement notées k_1, k_2, k_3 ; k'_1, k'_2, k'_3 dans ces deux trièdres. Les équations de la propagation (paragraphe 2.1.3 et 2.1.4) sont écrites dans un repère orthonormé $Oxyz$ tel que Oy est confondu avec OX_2 dans le cas du mode plasma et avec OX'_2 dans le cas du mode hybride.

Dans tous ces repères, l'origine O est la position du centre de l'antenne à l'instant $t = 0$, fin de la phase émettrice ; la position de ce point, à l'instant est repérée par un rayon vecteur $\vec{X}$, de longueur $V_s t$ et de cosinus directeurs $\cos \alpha_1, \cos \alpha_2, \cos \alpha_3$ par rapport à $OX_1 X_2 X_3$, $\cos \alpha'_1, \cos \alpha'_2, \cos \alpha'_3$ par rapport à $OX'_1 X'_2 X'_3$.

La géométrie de l'antenne, si elle intervient, est reperée par rapport à des axes $O\xi\eta\zeta$, $O\xi$ étant l'axe de l'antenne. Cela ne doit pas prêter à confusion avec l'axe $O\xi$, introduit passagèrement au paragraphe 2.2 et opposé à $\vec{\nabla T}$.

Rappelons la définition, au paragraphe 2.2, d'un repère lié au champ magnétique terrestre et désigné par OM, OP, OQ : OQ est confondu avec OZ (zénith) ; OP , Nord magnétique, est l'intersection du plan $(\vec{B}_0, OQ)$ avec XOY , OM , Est magnétique, complète le trièdre orthonormé $OMPQ$.

La relation de dispersion D intervenant dans l'expression du potentiel $\phi(\vec{k}, \omega)$ (2 - 55) est (cf. annexe 1, paragraphe A.5.1) :

$$\begin{aligned} D &= \det (k_i k_j - k^2 \delta_{ij} - \omega^2 K_{ij} / c^2) \\ &= q \alpha_1 k^6 + (\alpha_0 + q \beta_1) k^4 \omega^2 / c^2 + (\beta_0 + q \gamma_1) k^2 \omega^4 / c^4 + \gamma_0 \omega^6 / c^6 \end{aligned}$$

Les formes approchées D_N et D_T , définies au paragraphe 2.2 ont été jusqu'ici soumises aux seuls impératifs de donner des valeurs approchées acceptables des racines de $D = 0$ pour les modes plasma et hybride. Elles doivent également, si on a en vue des calculs d'amplitude, approcher D en valeur absolue pour les modes précédents. On est ainsi amené à prendre, pour des considérations d'homogénéité et de signe, les valeurs suivantes, d'après (2 - 35), (2 - 36) et (2 - 38) :

$$D_N(\vec{k}, \omega, X_3) = -\frac{k_z^2}{c}.$$

$$\left\{ \frac{k_z^2 \omega_{PO}^2 Y_{NO}^2}{1 - Y_{NO}^2} \left[1 + \frac{k_z^2 V_O^2}{\omega_{PO}^2} \cdot \frac{Y_{NO}^4 - 3Y_{NO}^2 + 6}{Y_{NO}^2 (1 - Y_{NO}^2)^2} \right] - k_z^2 \left(\omega^2 + \omega_{PO}^2 \frac{X_3}{H} - \omega_{PO}^2 - 3k_z^2 V_O^2 \right) \right\} \quad (3 - 59)$$

$$D_T(\vec{k}, \omega, X_3) = \frac{k_z^2 \omega_{TO}^2 a_O^2}{c^2 X_{TO}}.$$

$$\left\{ k_z^2 - \frac{1}{a_O^2 \omega_{TO}^2 c^2} \left[k_z^2 c^2 \left(\omega_{TO}^2 - \omega_{PO}^2 \frac{X_3'}{H'} - \omega^2 \right) \left(1 + \frac{k_z^2 u_O^2}{\omega_{TO}^2} \right) - k_z^4 c^2 u_O^2 - a_O^2 \omega_{TO}^4 \right] \right\} \quad (3 - 60)$$

Selon qu'on étudie le mode plasma ou le mode hybride, on utilisera comme variable de champ un potentiel ϕ , affecté des indices N ou T :

$$\phi_{N,T}(\vec{k}, \omega) D_{N,T} = \frac{\omega^2 k^2}{c^2} \cdot \rho(\vec{k}, \omega) \quad (3 - 61)$$

Dans l'application de la méthode WKB, on définira S, a et b en identifiant (3 - 61) avec ce que donnerait (3 - 9) pour un milieu homogène et après transformation de FOURIER.

Dans l'hypothèse de l'antenne dipolaire, la tension recueillie est, d'après (2 - 56), $V(t) = L E_\zeta(t)$, ce qui s'écrit $V(t) = -L \text{proj}_{O\zeta} \left[\frac{\partial}{\partial X} \phi(\vec{X}, t) \right]_{\vec{X}=\vec{V}_s t}$ et, d'après (3 - 31)

$$V(t) = -iLk_\zeta^c(\vec{V}_s t, t) \phi(\vec{V}_s t, t) \quad (3 - 62)$$

où k_ζ^c désigne, bien entendu, la projection du vecteur $\vec{k}$ ($\vec{V}_s t, t$) sur $O\zeta$, axe de l'antenne. Pour appliquer (2 - 57) il faut en général repasser par la transformée de FOURIER de (3 - 62). Les opérations à accomplir à ce stade dépendent essentiellement de la méthode de dépouillement envisagée pour les données expérimentales.

3.3.3 Synthèse des opérations et des approximations du chapitre 3

Comme au paragraphe 2 - 4 nous présentons cette synthèse sous forme d'organigramme. Les opérations indiquées ici sont, dans une application pratique, à effectuer après celles indiquées au paragraphe 2 - 4 ; elles ne seront complètement explicitées qu'aux chapitres 4 et 5. Cet organigramme sert d'introduction aux

deux chapitres suivants où il sera suivi de manière à traiter explicitement les échos obliques du mode plasma, dont la relation de dispersion est (3 - 59) et ceux du mode hybride, dont la relation de dispersion est (3 - 60).

PARAGRAPHERS CONCERNES	OPERATIONS NECESSAIRES	MODALITES PRATIQUES ET REFERENCES AU TEXTE
3-1-2	CHAPITRE 2 DEFINITION DE S, a, b EN VUE D'APPLIQUER LA METHODE WKB METHODE WKB SOURCE LOCALISEE VALABLES	Equations (3 - 59), (3 - 60), (3 - 9), à traiter de manière à définir a, b, S ; Discussion (3 - 8), (3 - 18), (3 - 21) à vérifier <i>a posteriori</i>
3-2-1	CALCUL DE L'INTEGRALE I RESOLUTION DES EQUATIONS DU COL METHODE DU COL VALABLE	(3 - 25) (3 - 26) à (3 - 28) (3 - 35) et (3 - 36)
3-2-2 et 3-3-1	CALCUL DE $\Omega(t)$	(3 - 58)
3-2-1 et 3-2-3	CALCUL DE $\Psi(t)$	(3 - 30)(Formule générale) (3 - 43)(Calcul peu précis)
3-3-2 et 2-3-5	POTENTIEL ET COURANT RECUEILLIS PAR L'ANTENNE	(3 - 62), (2 - 57)

4 - ETUDE DES ECHOS OBLIQUES DU MODE PLASMA

- 4.1. Equations du col dans le cas du mode plasma
 - 4.1.1. Mise en forme de la relation de dispersion en vue de l'application de la méthode WKB
 - 4.1.2. Intégrale de phase. Ondes directes et réfléchies
 - 4.1.3. Equations du col
- 4.2. Résolution des équations du col et calcul des fréquences des signaux reçus par l'antenne sur le mode plasma
 - 4.2.1. Solution linéaire
 - 4.2.2. Solution générale
 - 4.2.2.1. Echos obliques dans l'hypothèse $W = 0$
 - 4.2.2.2. Echos obliques dans l'hypothèse $W \neq 0$
 - 4.2.2.3. Aperçu sur les ondes directes
- 4.3. Synthèse des opérations à accomplir lors du calcul de la fréquence des échos obliques du mode plasma

4.1. Equations du col dans le cas du mode plasma

4.1.1. Mise en forme de la relation de dispersion en vue de l'application de la méthode WKB

L'ensemble antenne-plasma inhomogène étant défini dans les chapitres précédents, le problème du calcul, en un point, du champ émis par l'antenne sur le mode plasma, à l'aide de la procédure décrite au chapitre 3, est défini par l'équation relative au milieu homogène

$$D_N(\vec{k}, \omega, X_3) \phi_N(\vec{k}, \omega, X_3) = \frac{\omega^2 k^2}{c^2 \epsilon_0} \rho(\vec{k}, \omega) \quad (4-1)$$

où D_N , donné par (3-59), est fonction des composantes de $\vec{k}$ dans le trièdre Oxyz. On introduit les composantes de $\vec{k}$ dans $OX_1 X_2 X_3$ par les formules de transformation

$$\left. \begin{aligned} k_x &= k_1 \cos \gamma - k_3 \sin \gamma \\ k_z &= \frac{k_1}{\sin \gamma} - k_x \cotg \gamma \end{aligned} \right\} \quad (4-2)$$

En négligeant $k_x \cotg \gamma$ dans la dernière équation, approximation discutée à la fin de ce paragraphe, on met (3-51) sous la forme

$$D_N = - \frac{k^2 A^2 \sin^2 \gamma}{c^2} \left(1 + \frac{k_1^2 W^2}{\omega_{po}^2} \right) \cdot \left[(k_3 - k_1 \cotg \gamma)^2 + \frac{k_2^2 \left(1 + \frac{k_1^2 W^2}{\omega_{po}^2} \right) - \frac{k_1}{A^2 \sin^2 \gamma} \left(\omega_{po}^2 + \omega_{po}^2 \frac{X_3}{H} - \omega_{po}^2 - \frac{3k_1^2 V_o^2}{\sin^2 \gamma} \right)}{\sin^2 \gamma \left(1 + \frac{k_1^2 W^2}{\omega_{po}^2} \right)} \right] \quad (4-3)$$

où on a posé

$$A^2 = \frac{\omega_{po}^2 Y_{NO}^2}{1 - Y_{NO}^2} (> 0 \text{ pour } \omega_{po} > \omega_{HO}) ; \quad W^2 = \frac{V_o^2}{\sin^2 \gamma} \cdot \frac{Y_{NO}^4 - 3Y_{NO}^2 + 6}{Y_{NO}^2 (1 - Y_{NO}^2)^2} \quad (4-4)$$

L'équation (4-1) est de la forme

$$\left[-k_3^2 + 2aik_3 + b^2(X_3) \right] \phi_N = S(\vec{k}, \omega) \quad (4-5)$$

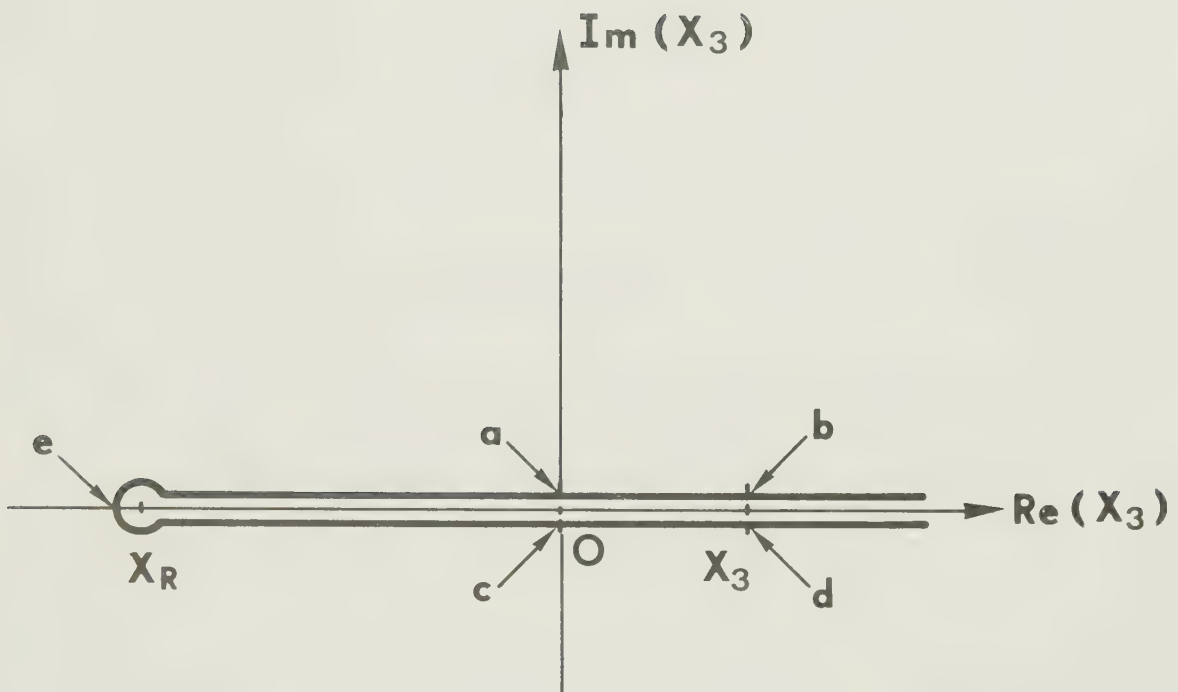


FIGURE 21

Trajets d'intégration de l'intégrale de phase I

avec

$$a = -ik_1 \cot \gamma$$

$$b^2(X_3) = -k_1^2 \cot^2 \gamma - \frac{k_2^2 \left(1 + \frac{k_1^2 W^2}{\omega_{po}^2}\right) - \frac{k_1^2}{A^2 \sin^2 \gamma} \left(\omega^2 - \omega_{po}^2 \frac{X_3}{H} - \frac{3k_1^2 V_o^2}{\sin^2 \gamma}\right)}{\sin^2 \gamma \left(1 + \frac{k_1^2 W^2}{\omega_{po}^2}\right)} \quad (4-6)$$

$$S(\vec{k}, \omega) = \frac{\omega_{po}^2 \rho(\vec{k}, \omega)}{\epsilon_0 A^2 \sin^2 \gamma \left(1 + \frac{k_1^2 W^2}{\omega_{po}^2}\right)}$$

d'où on déduit :

$$\chi_e(X_3) = \epsilon \left[b^2(X_3) - a^2 \right]^{1/2}$$

$$= \epsilon \left[- \frac{k_2^2 \left(1 + \frac{k_1^2 W^2}{\omega_{po}^2}\right) - \frac{k_1^2}{A^2 \sin^2 \gamma} \left(\omega^2 - \omega_{po}^2 + \omega_{po}^2 \frac{X_3}{H} - \frac{3k_1^2 V_o^2}{\sin^2 \gamma}\right)}{\sin^2 \gamma \left(1 + \frac{k_1^2 W^2}{\omega_{po}^2}\right)} \right]^{1/2} \quad (4-7)$$

et $k_e(X_3)$ par (3-3). A l'équation du milieu homogène, (4-5), correspond, pour le milieu inhomogène, l'équation différentielle

$$\left[\frac{d^2}{dX_3^2} + 2a \frac{d}{dX_3} + b^2(X_3) \right] \Phi_N(X_3) = S(X_3), \quad (4-8)$$

à condition qu'on puisse négliger les termes de type $\Phi_N \partial b^2 / \partial X_3$ devant les termes $b^2 \partial \Phi_N / \partial X_3$, ce qui se traduit, d'après (4-6), par $k_3 H \gg 1$, inégalité qui sera largement vérifiée dans les applications. (4-8) est de la même forme que (3-9), ce qui permet d'appliquer la méthode exposée au chapitre 3. Les expressions (4-6), (4-7), (3-3) fournissent tous les éléments intervenant dans le calcul de l'intégrale de phase (3-25) et la résolution des équations du col (3-26) à (3-28).

Avant d'aborder ces calculs, qui sont traités aux paragraphes suivants, revenons sur l'approximation $k_z \approx \frac{k_1}{\sin \gamma}$. De (4-2), on déduit :

$$\left| \frac{k_z - \frac{k_1}{\sin \gamma}}{k_z} \right| = \left| \frac{k_x \cot \gamma}{k_z} \right| < \left| \frac{(k_x^2 + k_y^2)^{1/2} \cot \gamma}{k_z} \right| = |\operatorname{tg} \theta \cot \gamma| \quad (4 - 10)$$

θ étant petit (cf. paragraphe 2.1.3), l'approximation consistant à confondre k_z avec $k_1/\sin \gamma$ est donc excellente lorsque γ est voisin de $\pi/2 + n\pi$, c'est-à-dire lorsque $\vec{B}_0$ et $\vec{V}\vec{N}$ ne sont pas éloignés de l'orthogonalité, moyenne lorsque $\cot \gamma$ est de l'ordre de l'unité et mauvaise lorsque $\cot \gamma$ prend des valeurs élevées. Dans l'annexe 2, nous revenons sur cette approximation et donnons une évaluation des erreurs qu'elle entraîne.

4.1.2. Intégrale de phase. Ondes directes et réfléchies

D'après (4 - 6), on peut écrire :

$$b^2(X_3) - a^2 = \frac{1}{\sin^2 \gamma \left(1 + \frac{k_1^2 W^2}{\omega_{po}^2} \right)} \cdot \frac{k_1^2 \omega_{po}^2}{A^2 \sin^2 \gamma} \cdot \frac{X_3 - X_R}{H} \quad (4 - 11)$$

avec

$$X_R = H \left[\frac{\omega_{po}^2 - \omega^2}{\omega_{po}^2} + \frac{3k_1^2 V_o^2}{\omega_{po}^2 \sin^2 \gamma} + \frac{A^2 \sin^2 \gamma}{\omega_{po}^2} \cdot \frac{k_2^2}{k_1^2} \left(1 + \frac{k_1^2 W^2}{\omega_{po}^2} \right) \right] \quad (4 - 12)$$

d'où (χ_ϵ et k_ϵ sont, dans la suite, notés χ_3 et k_3)

$$\chi_3(X_3) = \epsilon \frac{k_1 \omega_{po}}{A \sin^2 \gamma \left(1 + \frac{k_1^2 W^2}{\omega_{po}^2} \right)^{1/2}} \left(\frac{X_3 - X_R}{H} \right)^{1/2} \quad (4 - 13)$$

et

$$I = \int_{0X_3} \left[k_1 \cot \gamma + \epsilon \frac{k_1 \omega_{po}}{A \sin^2 \gamma \left(1 + \frac{k_1^2 W^2}{\omega_{po}^2} \right)^{1/2}} \left(\frac{X_3 - X_R}{H} \right)^{1/2} \right] dX_3 \quad (4 - 14)$$

On n'aura d'intégrale réelle, donc d'onde progressive, que si $X_3 - X_R > 0$, ce qui implique, l'émetteur étant en $X_3 = 0$, $X_R < 0$. On obtient toutes les valeurs possibles

de I en séparant les déterminations de l'intégrant à l'aide d'une coupure rejoignant ses deux points de branchement $X_3 = X_R$ et $X_3 = \infty$. On obtient ainsi (figure 21) les deux trajets ab, cd, correspondant, selon la terminologie du tracé de rayons, utilisable en vertu du paragraphe 3.2.4, à deux ondes directes obtenues pour les déterminations $\varepsilon = +1$ et $\varepsilon = -1$ de l'intégrant, et les deux trajets aecd et ceab, correspondant à deux ondes réfléchies en X_R et obtenues également pour les déterminations $\varepsilon = +1$ et $\varepsilon = -1$ de l'intégrant. Ces deux trajets donnent lieu aux échos qui nous intéressent, mais les ondes directes font aussi partie des composantes du champ. Comme nous le verrons, ces dernières ont, au point de réception, des caractéristiques (pulsation, amplitude) qui les différencient nettement des échos. De plus, leur trajet étant plus court, le traitement WKB - méthode du col leur est moins approprié.

En effectuant (4 - 14), on obtient :

$$I = k_1 X_3 \cot \gamma + \varepsilon \frac{k_1 \omega_{po}}{A \sin^2 \gamma \left(1 + \frac{k_1^2 W^2}{\omega_{po}^2}\right)^{1/2}} \cdot \frac{2}{3H^{1/2}} \cdot \left[(-X_R)^{3/2} - (X_3 - X_R)^{3/2}\right] \quad (4 - 15)$$

pour les ondes directes et

$$I = k_1 X_3 \cot \gamma + \varepsilon \frac{k_1 \omega_{po}}{A \sin^2 \gamma \left(1 + \frac{k_1^2 W^2}{\omega_{po}^2}\right)^{1/2}} \cdot \frac{2}{3H^{1/2}} \cdot \left[(-X_R)^{3/2} + (X_3 - X_R)^{3/2}\right] \quad (4 - 16)$$

pour les ondes réfléchies.

4.1.3. Equations du col

Ces équations, (3 - 26) à (3 - 28), s'obtiennent par dérivation partielle de I par rapport aux variables k_1 , k_2 , ω :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \omega} = -t + \frac{2\varepsilon k_1 \omega_{po}}{3 A \sin^2 \gamma \left(1 + \frac{k_1^2 W^2}{\omega_{po}^2}\right)^{1/2}} \cdot \frac{1}{H^{1/2}} \cdot \frac{\partial K}{\partial X_R} \cdot \frac{\partial X_R}{\partial \omega} = 0 \quad (4 - 17)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial k_2} = X_2 + \frac{2\epsilon_1 k_1 \omega_{po}}{3 A \sin^2 \gamma \left(1 + \frac{k_1^2 W^2}{\omega_{po}^2}\right)^{1/2} H^{1/2}} \cdot \frac{\partial K}{\partial X_R} \cdot \frac{\partial X_R}{\partial k_2} = 0 \quad (4 - 18)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial k_1} = X_1 + X_3 \cotg \gamma + \frac{2 \epsilon_1 \omega_{po}}{3 A \sin^2 \gamma \left(1 + \frac{k_1^2 W^2}{\omega_{po}^2}\right)^{1/2} H^{1/2}} \left[K \cdot \frac{1}{1 + \frac{k_1^2 W^2}{\omega_{po}^2}} - k_1 \frac{\partial K}{\partial X_R} \frac{\partial X_R}{\partial k_1} \right] = 0 \quad (4 - 19)$$

On a posé $K = (-X_R)^{3/2} + \epsilon_1 (X_3 - X_R)^{3/2}$ (4 - 20)

$\epsilon_1 = +1$ correspondant aux ondes réfléchies et $\epsilon_1 = -1$ aux ondes directes. Dans (4 - 17) à (4 - 19) interviennent les dérivées :

$$\frac{\partial X_R}{\partial \omega} = -\frac{2H}{\omega_{po}} ; \quad \frac{\partial X_R}{\partial k_2} = 2H \frac{k_2}{k_1^2} \frac{A^2 \sin^2 \gamma}{\omega_{po}^2} \left(1 + \frac{k_1^2 W^2}{\omega_{po}^2}\right) \quad (4 - 21)$$

$$\frac{\partial X_R}{\partial k_1} = \frac{H}{\omega_{po}} \left(\frac{6 k_1 V_o^2}{\sin^2 \gamma} - \frac{2 A^2 \sin^2 \gamma k_2^2}{k_1^3} \right) \quad (4 - 22)$$

Les équations (4 - 17) et (4 - 18) se combinent en

$$t \frac{\partial X_R}{\partial k_2} + X_2 \frac{\partial X_R}{\partial \omega} = 0$$

ce qui permet d'éliminer l'inconnue k_2 en utilisant (4 - 21)

$$k_2 = \frac{X_2 \omega_{po}}{t} \cdot \frac{k_1^2}{A^2 \sin^2 \gamma \left(1 + \frac{k_1^2 W^2}{\omega_{po}^2}\right)} \quad (4 - 23)$$

En substituant à k_2 cette expression dans X_R et $\partial X_R / \partial k_1$, on obtient :

$$X_R = \frac{H}{\omega_{po}^2} \left[\frac{k_1^2}{\sin^2 \gamma} \left(3V_o^2 - \frac{\omega_{po}^2 X_2^2}{A^2 t^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{k_1^2 W^2}{\omega_{po}^2}} \right) + \omega_{po}^2 - \omega^2 \right] \quad (4 - 24)$$

$$\frac{\partial X_R}{\partial k_1} = \frac{2H k_1}{\omega_{po}^2 \sin^2 \gamma} \left[3V_o^2 - \frac{\omega_{po}^2 X_2^2}{A^2 t^2 \sin^2 \gamma} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{k_1^2 W^2}{\omega_{po}^2}\right)^2} \right] \quad (4 - 25)$$

qui sont les expressions à utiliser dans les équations suivantes qui déterminent les inconnues restantes ω et k_1 :

$$F_1 (\omega, k_1, \vec{X}, t) = t + \frac{4 \epsilon k_1 H^{1/2}}{3A \sin^2 \gamma \left(1 + \frac{k_1^2 W^2}{\omega_{po}^2}\right)^{1/2}} \cdot \frac{\partial K}{\partial X_R} = 0 \quad (4 - 26)$$

$$F_2 (\omega, k_1, \vec{X}, t) = X_1 + X_3 \cot \gamma + \frac{2\epsilon \omega_{po}}{3A \sin^2 \gamma \left(1 + \frac{k_1^2 W^2}{\omega_{po}^2}\right)^{1/2}} H^{1/2} \cdot$$

$$\left[\frac{K}{1 + \frac{k_1^2 W^2}{\omega_{po}^2}} - \frac{2H k_1^2}{\omega_{po}^2 \sin^2 \gamma} \left(3V_o^2 - \frac{\omega_{po}^2 X_2^2}{A^2 t^2 \sin^2 \gamma} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{k_1^2 W^2}{\omega_{po}^2}\right)^2} \right) \frac{\partial K}{\partial X_R} \right] = 0 \quad (4 - 27)$$

4.2. Résolution des équations du col et calcul des fréquences des signaux reçus par l'antenne sur le mode plasma

4.2.1. Solution linéaire

La résolution dont il s'agit ici est celle qui a été présentée dans l'article (GRAFF 1971 a). Elle procède en deux étapes :

a) Résolution des équations du col (4 - 26) et (4 - 27) pour $X = 0, t$ quelconque

b) Expression de la solution en $\vec{X}, t$, sous forme d'un développement en série de TAYLOR au voisinage de $X = 0$ et limité au premier ordre par rapport à $\vec{X}$.

Le domaine de validité de cette solution est moins large que celui des équations (4 - 26) et (4 - 27)

- du fait de la linéarisation

- du fait de l'hypothèse $W = 0$ qui doit être faite pour éviter

des calculs inextricables et qui (cf. paragraphe 2.1.3) interdit de traiter des cas où f_N est trop proche de f_H .

Un inconvénient supplémentaire est de ne pas rendre compte des ondes directes, pour lesquelles les équations (4 - 26) et (4 - 27) dégénèrent, pour $X = 0$, en $t = 0$, ω indéterminé.

Néanmoins, cette solution a l'intérêt de donner lieu à des formules analytiques pour les fréquences reçues. De plus, son domaine de validité n'est pas incompatible avec un bon nombre de données expérimentales relatives à l'ionosphère. Nous renvoyons à l'article (GRAFF 1971 a) pour le détail des calculs, nous bornant à rappeler les résultats et à ajouter les modalités de détermination du domaine de validité.

La solution en $X = 0$ se déduit sans difficultés particulières de (4 - 26) et (4 - 27) et s'exprime par l'ensemble des formules

$$\left. \begin{aligned} k_1(0, t) &= \varepsilon(\sin\gamma)^{3/2} \left(\frac{At \omega_{po}}{12HV_o} \right)^{1/2} ; \quad k_2(0, t) = 0 \\ k_3(0, t) &= \varepsilon \cos\gamma \left(\frac{At \omega_{po} \sin\gamma}{12HV_o} \right)^{1/2} + \frac{\omega_{po} t}{4H} \\ X_R(0, t) &= - \frac{3AV_o t |\sin\gamma|}{4\omega_{po}} ; \quad \omega(0, t) = \omega_{po} + \frac{VAt \sin\gamma}{2H} \end{aligned} \right\} \quad (4 - 28)$$

La fréquence reçue en $\vec{X}$ ($X_1 = r \cos \alpha_1$, $X_2 = r \cos \alpha_2$, $X_3 = r \cos \alpha_3$, $r = V_s t$) s'en déduit par

$$\Omega(t) = \omega(0, t) + V_s t \left[\frac{\partial \omega(r, t)}{\partial r} \right]_{r=0} - \vec{k}(0, t) \cdot \vec{V}_s \quad (4 - 29)$$

la dérivée intervenant dans cette expression est

$$\frac{\partial \omega(r, t)}{\partial r} = \left| \begin{array}{cc} \frac{\partial F_1}{\partial k_1} & \frac{\partial F_1}{\partial r} \\ \frac{\partial F_2}{\partial k_1} & \frac{\partial F_2}{\partial r} \end{array} \right| / \left| \begin{array}{cc} \frac{\partial F_1}{\partial k_1} & \frac{\partial F_1}{\partial \omega} \\ \frac{\partial F_2}{\partial k_1} & \frac{\partial F_2}{\partial \omega} \end{array} \right|$$

ce qui donne, après un calcul long, mais dénué de difficulté de principe :

$$\Omega(t) = \omega_{po} + \frac{V_o A t |\sin \gamma|}{2H} - \omega_{po} \frac{V_s t \cos \alpha_3}{4H} \left(1 + \frac{1}{\sin^2 \gamma} \right) \quad (4-30)$$

$$- \frac{\epsilon V_s}{4} \left(\frac{A \omega_{po} t}{3H V_o \sin \gamma} \right)^{1/2} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_3 \cot \gamma) (1 + 2 \sin^2 \gamma)$$

Les valeurs + 1 et - 1 peuvent être attribuées à ϵ (cf. paragraphe 4.1.2). Il y a donc deux points cols, d'où deux échos reçus $\Omega_+(t)$ et $\Omega_-(t)$. S'ils sont d'amplitudes voisines, ils peuvent battre à la pulsation

$$\Omega_B(t) = \frac{V_s}{2} \left(\frac{A \omega_{po} t}{3H V_o \sin \gamma} \right)^{1/2} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_3 \cot \gamma) (1 + \sin^2 \gamma) \quad (4-31)$$

D'une manière analogue à (4-30), nous avons calculé (non publié dans l'article (GRAFF, 1971 a)) :

$$X_R(t) = - \frac{3A V_o t \sin \gamma}{4 \omega_{po}} \left[1 - \frac{2 \omega_{po} V_s \cos \alpha_3}{3A V_o \sin^3 \gamma} - \frac{\epsilon V_s}{V_o} \left(\frac{\omega_{po} H}{3A V_o t} \right)^{1/2} \frac{\cos \alpha_1 + \cos \alpha_3 \cot \gamma}{(\sin \gamma)^{3/2}} \right]$$

d'où, comme indiqué à la fin du paragraphe 4.2.2.1 ci-après, on peut déduire les expressions analytiques $k_1(t)$, $k_2(t)$, $k_3(t)$ qui, jointes à (4-30), décrivent complètement les points cols.

Abordons maintenant la discussion de la solution linéaire.

L'hypothèse $W = 0$, comme nous l'avons vu au paragraphe 2.1.3, est valable lorsque les formules (2-12) et (2-13) permettent de calculer les vitesses de groupe avec un écart faible par rapport au résultat de la théorie adiabatique complète. La région de l'espace $(\vec{k}, \omega)$ à faire intervenir dans un tel calcul de vitesse de groupe doit contenir les valeurs de $\vec{k}$ et ω rencontrées le long du rayon intercepté par le récepteur à l'instant t considéré ; ces valeurs sont celles correspondant au col pour ω , k_1 , k_2 ; pour k_3 , c'est l'intervalle $(-k_M, +k_M)$, k_M étant la valeur maximale prise par $|k_3|$ le long du chemin d'intégration de (4-14). En pratique k_M est la valeur de $k_3(X_3)$ pour X_3 correspondant soit au point d'émission ($X_3 = 0$), soit au point de réception ($X_3 = V_s t \cos \alpha_3$).

En écrivant $k_1(r, t)$ sous la forme

$$k_1(r, t) = k_1(0, t) \left[1 + u + O(u^2) \right]$$

on obtient le critère de la validité de la linéarisation en écrivant $|u| \ll 1$.

Cela donne lieu aux inégalités

$$t \gg t_{\text{lin}} = \frac{\omega_{po} V_s^2 H}{12 A V_o^3} \cdot \frac{(\cos \alpha_1 + \cos \alpha_3 \cotg \gamma)^2}{\sin^3 \gamma} \quad (4 - 32)$$

et

$$\frac{V_s |\cos \alpha_3|}{V_o} \ll 2 \sin^3 \gamma \frac{A}{\omega_{po}} \quad (4 - 33)$$

La première de ces inégalités apporte en pratique de sévères restrictions aux applications dans le domaine ionosphérique. C'est pourquoi nous avons développé la solution générale qui est détaillée dans le prochain paragraphe.

Le stade suivant de la discussion porte sur la méthode WKB elle-même et procède par application des critères établis au chapitre 3.

En premier lieu, l'inégalité (3 - 8) est impliquée par les suivantes : $|X''(X_3)| \ll |XX'|$ et $|X'| \ll |X|^2$, qui entraînent, d'après (4 - 13) :

$$\frac{1}{2} (X_3 - X_R)^{-3/2} \ll \frac{k_1 \omega_{po}}{A H^{1/2} \sin^2 \gamma}$$

qui, en $X_3 = 0$, se réduit à

$$\frac{1}{2} (-X_R)^{-3/2} \ll \frac{k_1 \omega_{po}}{A H^{1/2} \sin^2 \gamma} \quad (4 - 34)$$

Dans le cadre de la solution linéaire, k_1 et X_R sont peu différents de leur valeur donnée en (4 - 28), ce qui donne, pour (4 - 35), l'inégalité

$$t \gg t_{\text{WKB}} = \left[\frac{8H}{3A V_o (\sin \gamma)^{1/2}} \right]^{1/2} \quad (4 - 35)$$

Les expressions (4 - 35) et (4 - 32) généralisent respectivement les équations (35) et (32) de FEJER et YU (1970).

L'inégalité

$$|X_3 (X_3 - X_R)| \gg 1$$

est également à considérer car elle résulte de (3 - 21), imposée par la singularité point-limite, rencontrée en X_R le long du chemin d'intégration mis en jeu par la méthode WKB. On remarque que l'inégalité précédente, lorsque $X_3 = 0$, conduit à (4 - 34).

On note donc que, lorsque $X_3 = 0$, l'inégalité (3 - 8), aussi bien que l'inégalité (3 - 21), conduisent à (4 - 34). Cette conclusion s'étend à $X_3 \neq 0$, tant que

$$|X_3 / X_R| \ll 1 \quad (4 - 36)$$

En conséquence, si on prend (4 - 36) comme hypothèse de travail, on peut adopter (4 - 34) comme critère de validité de la méthode WKB, et cela, indépendamment des hypothèses sur la nullité de W ou sur la linéarisation des équations du col. Cette conclusion trouvera son terrain d'application lors de la discussion de la solution générale présentée au paragraphe suivant. L'hypothèse $W = 0$ et la linéarisation permettent de plus d'exprimer (4 - 34) sous la forme explicite (4 - 35).

La méthode du col, telle qu'elle est exposée au paragraphe 3.2.1, est régie par l'inégalité (3 - 36) qui se réduit ici à

$$\omega_{po}^2 \gg \frac{AV_o |\sin \gamma|}{2H}$$

et qui est largement vérifiée dans tous les cas usuels relatifs à l'ionosphère. L'inégalité (3 - 35) doit aussi être vérifiée ; en toute rigueur, elle ne peut être discutée avant de connaître l'amplitude des signaux reçus ; il est raisonnable de supposer qu'elle est en pratique vérifiée lorsque le temps de réception est beaucoup plus grand que la période de plasma, ce qui est toujours le cas.

Terminons l'étude de la solution linéaire par l'examen de l'éventualité $\omega_{po} < \omega_{Ho}$. Dans cette éventualité la quantité A , homogène à une fréquence est imaginaire. Ceci, combiné à (4 - 28) et à l'inégalité (4 - 35), entraîne que, lorsque $\omega_{po} < \omega_{Ho}$, des échos obliques ne peuvent être reçus, en $r = 0$, t fixé, qu'affectés d'un très fort amortissement. Si, pour $r = V_s t$, des échos obliques, pas ou peu amortis existent en tant que solutions des équations du col, leur disparition est nécessaire lorsque, $V_s t$ tendant vers zéro, V_s devient inférieur à une certaine valeur finie. De tels échos d'une part ne peuvent être trouvés par la résolution linéaire des équations du col, comme l'énonce GRAFF (1971 a), d'autre part

ne peuvent exister que si le récepteur est animé d'une vitesse suffisamment élevée. Cette dernière conclusion est en parfait accord avec l'équation (7) de Mc AFEE (1970), qui étudie, dans une géométrie particulière et par la technique du tracé de rayons, le cas où ω_{po} est inférieur à ω_{HO} . Les conclusions qui précèdent ne doivent pas être extrapolées au cas où ω_{po} est inférieur à ω_{HO} , tout en étant voisin de cette valeur. Dans ce cas, $W = 0$ n'est plus une hypothèse valable, et seule une résolution numérique du système (4 - 26), (4 - 27) permet de traiter le problème. Néanmoins, le passage de $\omega_{po} > \omega_{HO}$ à $\omega_{po} < \omega_{HO}$, entraînant la disparition de la solution qui, du point de vue analytique, tend vers (4 - 28) pour $V_s \rightarrow 0$ doit nécessairement correspondre à une forte diminution de l'amplitude des signaux recueillis par l'antenne. Nous verrons dans la conclusion la confirmation expérimentale de ce point.

4.2.2. Solution générale

Lorsqu'on ne peut négliger W ou que t n'est pas beaucoup plus grand que t_{lin} , la solution analytique présentée ci-dessus n'est plus valable et nous nous sommes tourné dans ce cas vers une solution numérique itérative des équations (4 - 26) et (4 - 27). Avant d'appliquer une telle solution, il est intéressant d'éliminer k_1 entre ces équations et de se ramener à une seule équation dont l'inconnue est X_R . La résolution de (4 - 26) en k_1 donne :

$$k_1^2 = \frac{9 A^2 t^2 \sin^4 \gamma}{16 \left(\frac{\partial K}{\partial X_R} \right)^2 H - 9 A^2 t^2 \sin^2 \gamma \frac{W^2}{2 \omega_{po}}} \quad (4 - 37)$$

valeur qui, substituée dans (4 - 27), donne une équation du type

$$y \left[(-X_R)^{1/2}, X_3/X_R \right] = 0$$

Etudions d'abord la résolution de cette équation dans l'hypothèse $W = 0$.

4.2.2.1. Echos obliques dans l'hypothèse $W = 0$

Lorsque $W = 0$, $\epsilon_1 = +1$ (échos obliques) et $X_3 = 0$, l'équation précédente s'écrit :

$$y(x, 0) = \frac{4 \omega_{po}}{A \sin^2 \gamma H^{1/2}} x^4 + 3 \epsilon V_s t (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_3 \cot \gamma) x - \frac{9 \omega_{po}}{4 A \sin^2 \gamma H^{1/2}} \left(\frac{A V_o t \sin \gamma}{\omega_{po}} \right)^2 \left[1 + \frac{1}{3} \left(\frac{\omega_{po} V_s \cos \alpha}{A V_o} \right)^2 \right] = 0 \quad (4 - 38)$$

A l'aide des relations de Newton : $S_1 = \sum x_i = 0$; $S_2 = \sum x_i^2 = 0$ (DURAND, 1961, tome 1, p. 123), on montre aisément que, lorsque $\omega_{po} > \omega_{HO}$, (4 - 38) possède en x deux racines complexes conjugués, une racine négative et enfin une racine positive qui est celle que l'on cherche. En écrivant (4 - 38) sous la forme

$$y = ax^4 + bx - c = 0 \quad (a > 0, c > 0) \quad (4 - 39)$$

on définit les trois paramètres a , b , c , couramment utilisés dans la suite.

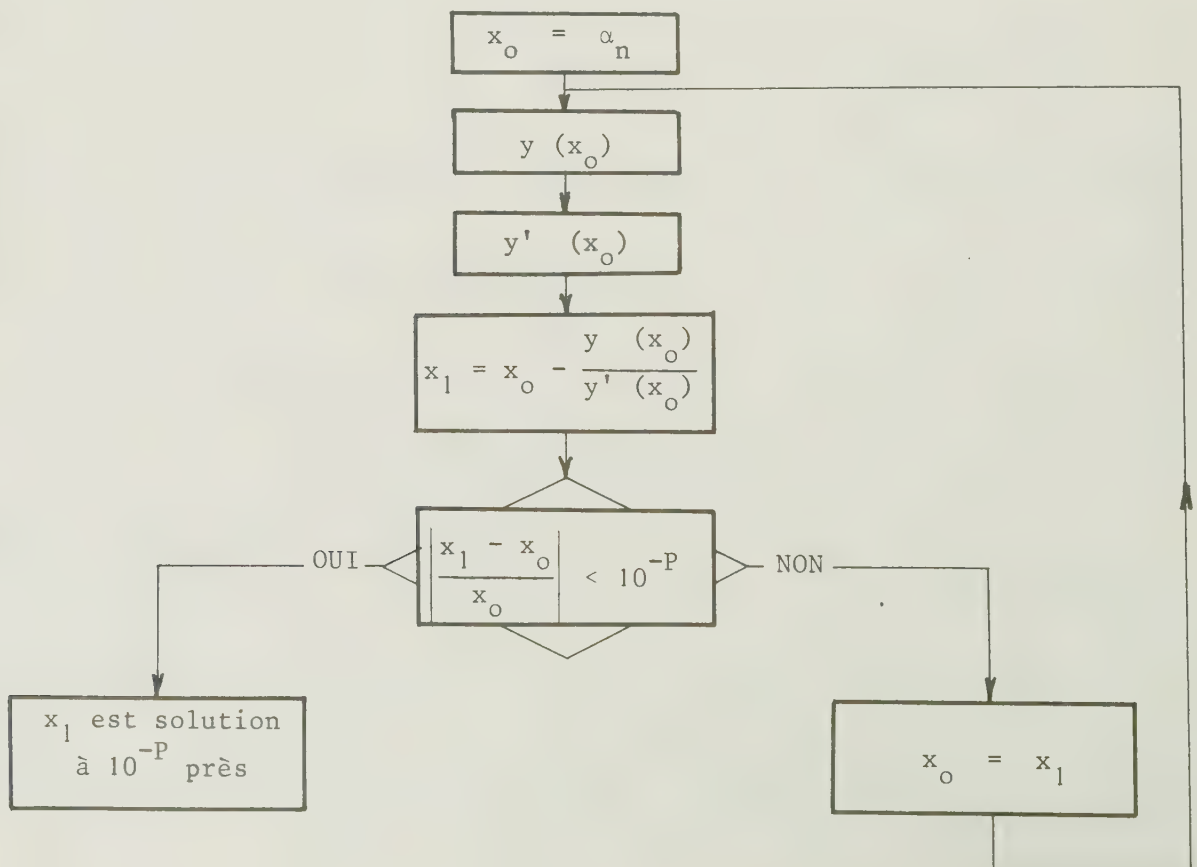
La racine cherchée est minorée par

$$\alpha_0 = (-b/4a)^{1/3}$$

De plus, lorsque

$$b > -c \left(\frac{c}{a}\right)^{-1/4} \frac{n^4 - 1}{n}$$

cette même racine est majorée par $\alpha_n = n (c/a)^{1/4}$. Les dérivées dy/dx et dy^2/dx^2 étant positives dans l'intervalle (α_0, α_n) , on trouve à coup sûr la racine en utilisant la méthode de RAPHSON-NEWTON et en prenant, dans cette méthode, le nombre α_n , qui majore la racine, comme point de départ (cf. DURAND, 1960, tome 1 - figure 23-II). D'où l'adoption de l'organigramme suivant :



Ce procédé est toujours applicable à l'équation (4 - 38) car, quels que soient $a (> 0)$, b , $c (> 0)$, on peut toujours trouver n tel que (4 - 40) soit vérifiée. On a intérêt, pour serrer de près la racine, à prendre le plus petit entier $n (> 1)$ possible, tel que $y(\alpha_n) > 0$ et $y(\alpha_{n-1}) < 0$, ces conditions rendant aisée la recherche automatique de cette valeur optimale de n . Pour les valeurs des paramètres correspondant aux exemples que nous avons traités et relatifs à Alouette 2, cette recherche a été inutile car, étant donnée la valeur modérée de $|b| = 3 V_s t |\cos \alpha_1 + \cos \alpha_3 \cot \gamma|$ relativement aux autres paramètres, il est justifié, pour ces exemples, de prendre $n = 2$. En pratique, l'ordinateur réalise 4 à 5 itérations pour obtenir la valeur de X_R à 10^{-3} près, ce qui augmente de manière dérisoire le temps de calcul par rapport à la solution analytique linéaire.

La solution ainsi déterminée est unique du fait que (4 - 38) possède une unique racine positive. Le paramètre ϵ pouvant prendre, dans cette équation, les deux valeurs $+1$ et -1 , on est assuré que, sous réserve que $W = 0$ et $\omega_{po} > \omega_{HO}$, il existe en mode plasma deux et deux seuls échos obliques reçus en $X_3 = 0$, X_1 , X_2 et t quelconques. Il faut maintenant étendre la solution trouvée au cas $X_3 \neq 0$.

Comme nous allons le voir maintenant, cette extension ne met pas en jeu de difficulté supplémentaire. Lorsque X_3 est différent de zéro, (4 - 20) montre que K et dK/dX_R sont des fonctions irrationnelles de $x = (-X_R)^{1/2}$, en fonction desquelles s'exprime l'équation résultant de la substitution de (4 - 37) dans (4 - 27) et qui est :

$$y \left(x, \frac{X_3}{X_R} \right) = -2 \frac{b}{a} \frac{dK}{dX_R} - K \frac{dK}{dX_R} - 6 \frac{c}{a} \quad (4 - 40)$$

En adoptant l'hypothèse de travail (4 - 36) et en s'appuyant sur la continuité de y et de ses deux premières dérivées partielles par rapport à X_3/X_R , lorsque ce rapport est voisin de zéro, on peut affirmer que le schéma d'itération défini ci-dessus, ainsi que les conclusions qui s'y rattachent, s'appliquent sans changement à l'équation (4 - 40). La valeur initiale $x_0 = \alpha_n$ est la même que précédemment ; les quantités $y(x_0)$ et $y'(x_0)$ figurant sur l'organigramme doivent évidemment être calculées selon (4 - 40), ce qui n'offre pas de difficulté algébrique, K s'exprimant, en fonction de $X_R = -x^2$, à l'aide de (4 - 20). La solution que nous venons de présenter nous semble mieux adaptée au problème traité que la solution analytique linéarisée du paragraphe précédent. D'une part, la pratique prouve que l'inégalité (4 - 36), sur laquelle repose la solution numérique, est beaucoup moins restrictive que l'inégalité (4 - 32) qui préside à la

solution analytique. De plus la méthode numérique conduit à une solution exacte des équations du col et l'inégalité (4 - 36) n'intervient que pour trouver un schéma itératif qui conduit rapidement et à coup sûr à cette solution exacte, qui est d'ailleurs la solution unique lorsque $|X_3/X_R|$ est suffisamment petit. Notons que l'éventualité $\omega_{po} < \omega_{HO}$ entraîne a et c complexes et l'équation (4 - 39) n'a plus de racine réelle dans ce cas. On peut donc étendre ici les conclusions du paragraphe précédent, relatives au cas $\omega_{po} < \omega_{HO}$, le passage à la limite $X_3 \rightarrow 0$ remplaçant ici le passage à la limite $V_s \rightarrow 0$ du précédent paragraphe.

Une fois X_R déterminé, les autres paramètres du point col s'en déduisent aisément : k_1 s'en déduit par (4 - 37), puis ω par (4 - 24), k_2 par (4 - 23) et k_3 par (4 - 13), (4 - 9) et (4 - 6), en ayant soin de changer, dans (4 - 13) et (4 - 9), ϵ en $-\epsilon$, de manière à bien prendre, pour k_3 , la détermination correspondant à un rayon réfléchi. La pulsation de l'écho oblique s'exprime enfin à l'aide de (3 - 43).

Un avantage de l'hypothèse de travail (4 - 36) est de simplifier considérablement la discussion de la méthode WKB, en la réduisant en pratique, comme nous l'avons vu, à la vérification de l'inégalité (4 - 34). Dans les applications pratiques, nous adopterons les critères définis par (4 - 34) et (4 - 36). Pour justifier le choix de (4 - 36) en tant qu'hypothèse de travail, montrons pour terminer son caractère extrêmement peu restrictif. Comme α_0 minore la racine x, (4 - 36) est une inégalité moins restrictive que

$$|X_3| < \alpha_0^2$$

qui, d'après (4 - 38) et (4 - 39), s'écrit

$$V_s t |\cos \alpha_3| < \left[\frac{3V_s t (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_3 \cotg \gamma) \sin^2 \gamma A H^{1/2}}{16 \omega_{po}} \right]^{2/3}$$

soit

$$V_s t < \left[\frac{3A \sin^2 \gamma (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_3 \cotg \gamma)}{16 \omega_{po}} \right]^2 \frac{H}{|\cos^3 \alpha_3|}$$

Vu la valeur de H dans l'ionosphère (souvent plusieurs centaines de km) l'inégalité précédente a toutes les chances d'être vérifiée en pratique.

4.2.2.2. Echos obliques dans l'hypothèse $W \neq 0$

L'équation (4 - 37), écrite sous la forme

$$k_1^2 = \frac{1}{A \left(\frac{\partial K}{\partial X_R} \right)^2 - B} ; \quad 1 + \frac{k_1^2 W^2}{\omega_{po}^2} = \frac{A \left(\frac{\partial K}{\partial X_R} \right)^2}{A \left(\frac{\partial K}{\partial X_R} \right)^2 - B} \quad (4 - 41)$$

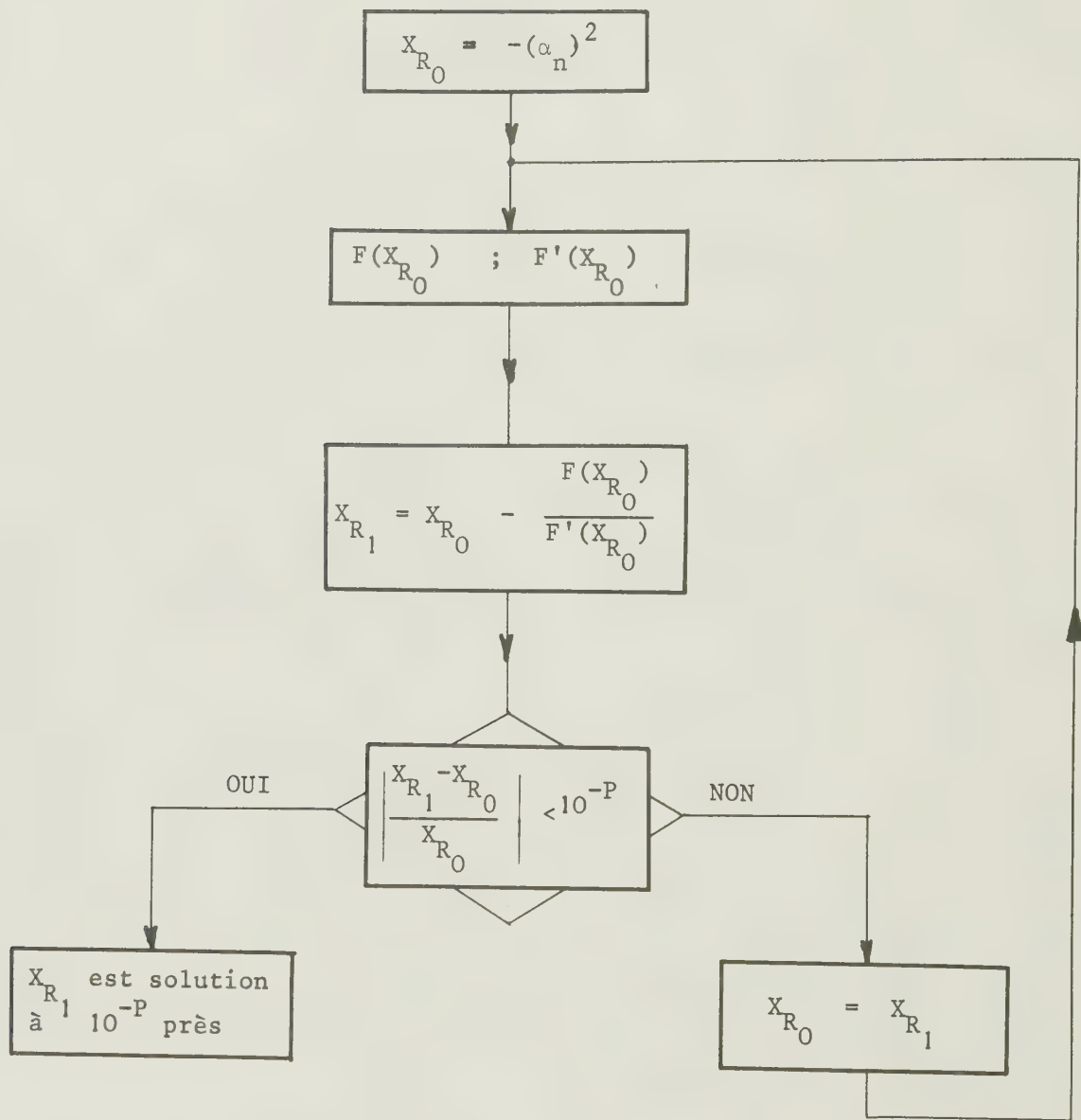
avec

$$A = \frac{16H}{9A^2 t^2 \sin^4 \gamma} ; \quad B = W^2 / \omega_{po}^2 \quad (4 - 42)$$

peut encore être substituée dans (4 - 27), ce qui donne

$$\begin{aligned} F(X_R) = & \frac{2b}{a} (AK'^2)^{5/2} (AK'^2 - B)^{1/2} + K (AK'^2 - B)^2 AK'^2 \\ & - \frac{6HV_o^2}{\omega_{po}^2 \sin^2 \gamma} (AK'^2)^2 K' + \left(\frac{\omega_{po} V_s \cos \alpha_2}{A \sin \gamma} \right)^2 \frac{2HK'}{\omega_{po}^2 \sin^2 \gamma} (AK'^2 - B)^2 = 0 \end{aligned} \quad (4 - 43)$$

A titre de vérification, on constate que tous les termes de cette équation sont homogènes à une longueur à la puissance 7/2 et que, pour $W = 0$, on retrouve (4 - 40), qui se réduit elle-même à (4 - 38), lorsque $X_3 = 0$. Il s'agit maintenant de résoudre numériquement (4 - 43), équation dont la seule inconnue est X_R et qui en dépend à travers K et $K' = dK/dX_R$. Nous avons adopté pour solution à ce problème la simple transposition du schéma itératif du paragraphe précédent, ce qui est parfaitement justifié pour des valeurs modérées de W . L'organigramme correspondant est donc simplement



Dans ce schéma interviennent $F(X_{Ro})$ et $F'(X_{Ro})$ qui dépendent de X_{Ro} à travers K , K' et K'' qui s'expriment aisément à l'aide de (4 - 20). Si l'organigramme précédent donne une solution X_{R1} correspondant à une valeur modérée W_1 du paramètre W , on peut utiliser le même organigramme pour chercher, en partant de la valeur initiale X_{R1} , la solution correspondant, pour W , à la valeur W_2 , légèrement supérieure à W_1 . Ainsi, de proche en proche, peut-être déterminée la solution correspondant à une valeur arbitraire de W . Dans ce cas, le plus défavorable, où la racine est atteinte de proche en proche, le temps de calcul est évidemment allongé. On perd, d'autre part, toute information sur l'unicité de la solution ainsi déterminée. Il ne faut cependant pas oublier qu'une telle éventualité ne se produit que lorsque ω_{po} est proche de ω_{Ho} et que, de toute façon, ω_{po} ne peut s'approcher de ω_{Ho} , que dans la mesure où les équations (2 - 14) et (2 - 15) donnent lieu à des valeurs suffisamment précises de la vitesse de groupe, ce qui interdit à W , cf. (4 - 4), de prendre des valeurs trop élevées.

Ce qui a été énoncé précédemment au sujet de la discussion de la validité du traitement WKB s'étend ici sans grands changements. L'adoption de l'hypothèse de travail

$$|X_3 / X_R| \ll 1 \quad (4 - 36)$$

et les inégalités $|\chi''(X_3)| \ll |\chi\chi'|$ et $|\chi'| \ll |\chi_2|$ entraînent ici, d'après (4 - 13), l'inégalité

$$\frac{1}{2} (-X_R)^{-1/2} \ll \frac{k_1 \omega_{po}}{A \sin^2 \gamma H^{1/2} \left(1 + \frac{k_1^2 W^2}{2 \omega_{po}^2}\right)^{1/2}} \quad (4 - 44)$$

qui est un peu plus restrictive que (4 - 34).

4.2.2.3. Aperçu sur les ondes directes

Ces ondes, pour lesquelles l'énergie voyage de la source au récepteur sans réflexion, sont obtenues en prenant $\varepsilon_1 = -1$ dans (4 - 20). Alors, dans l'hypothèse $|X_3| \ll |X_R|$ (4 - 36), on a les expressions approximatives

$$K \approx -\frac{3}{2} X_3 (-X_R)^{1/2} ; \quad K' \approx \frac{3}{4} X_3 (-X_R)^{-1/2} \quad (4 - 45)$$

Dans les équations du col (4 - 26) et (4 - 27), K et H interviennent exclusivement par les expressions $H^{1/2} \partial K / \partial K_R$ et $KH^{-1/2}$ qui, d'après (4 - 45), ont ici pour va-

leurs respectives $\frac{3}{4} X_3 q$ et $-\frac{3}{2} \frac{X_3}{q}$, où on a posé $q = \left[H/(-X_R)\right]^{1/2}$. Il est donc

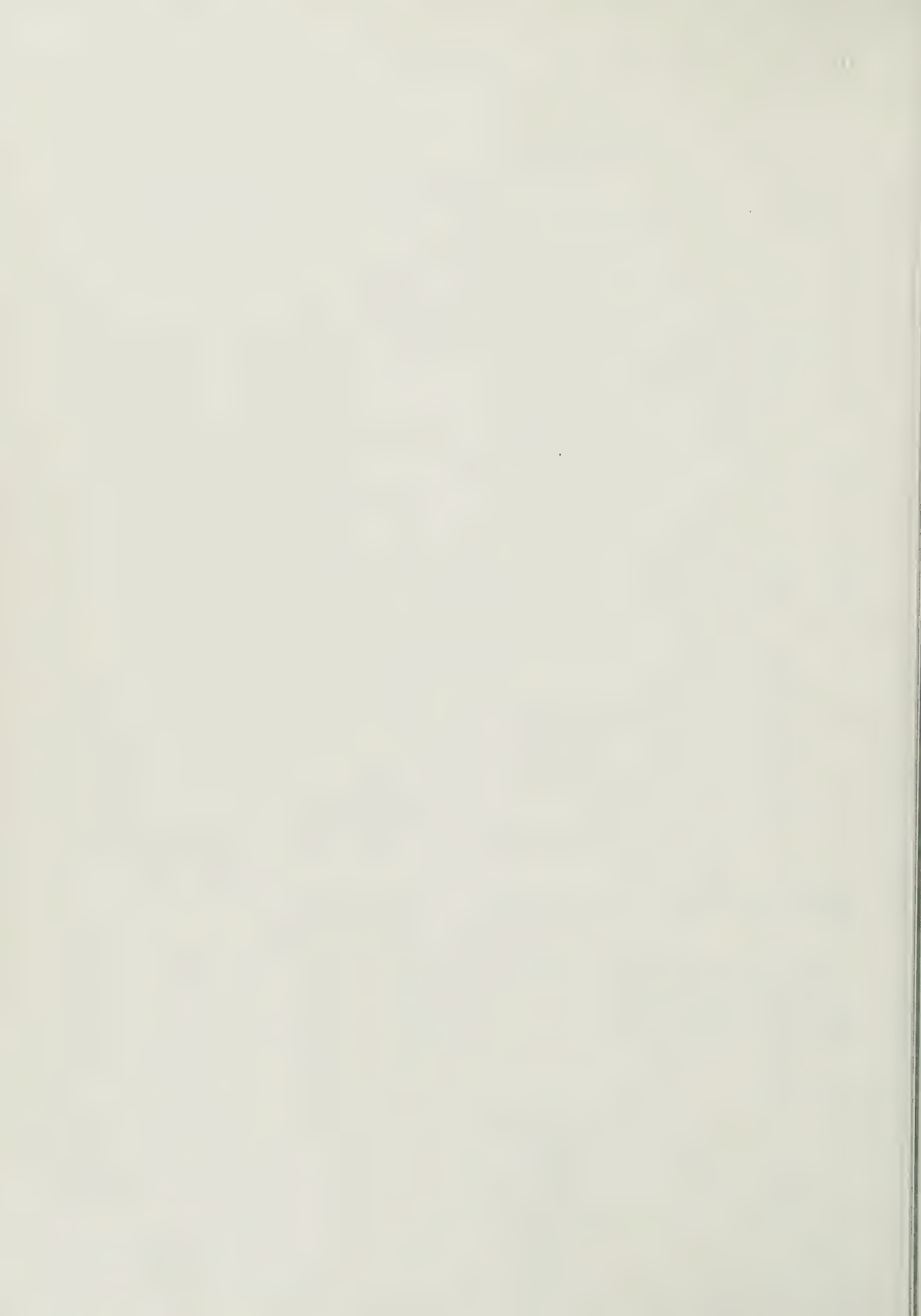
aisé d'éliminer q entre (4 - 26) et (4 - 27). Il en résulte une seule équation, ayant k_1 pour inconnue et ne comportant plus H , ni X_R . Cela revient à dire que, pour des X , t , tels que $|X_R| \gg |X_3|$ le champ des ondes directes est le même que le champ en milieu homogène. L'équation en k_1 étant résolue, on peut en effet exprimer q en fonction de k_1 à l'aide de (4 - 26) ; cela permet, par (4 - 27) et (4 - 23) d'exprimer k_2 et en fonction de k_1 et indépendamment de X_R et H . On a $[(X_3 - X_R)/H]^{1/2} = (-X_R/H)^{1/2} = q^{-1}$; pour les ondes directes (4 - 36) étant vérifiée au point de réception, l'est en tout point du trajet d'intégration de (4 - 14), qui se limite au segment OX_3 ; par conséquent (4 - 13) exprime que k_3 est indépendant de X_R et H et sensiblement constant le long de ce trajet ; le calcul de I et la discussion de la discussion de la méthode WKB se font indépendamment de X_R et H , donc identiquement au cas du milieu homogène. De la valeur de q , on peut tirer X_R et par conséquent discuter la validité de (4 - 36) qui est aussi celle des conclusions précédentes (solution des équations du col identique à celle obtenue dans un milieu homogène). Une telle discussion donne enfin de compte une inégalité portant sur les coordonnées $(\vec{X}, t)$ du point de réception.

Le problème du champ en milieu homogène a déjà été étudié, c'est pourquoi nous n'y revenons pas. Nous avons rappelé, au chapitre 1, les principales étapes de ce calcul et les résultats obtenus par les divers auteurs ont été donnés au tableau 2. Nous avons montré que DEERING et FEJER (1965) donnent les résultats les plus complets et les plus corrects. Les calculs de DEERING et FEJER ont été repris par FEJER et YU (1969) qui les ont perfectionnés et leur ont apporté une meilleure justification mathématique.

4.3. Synthèse des opérations à accomplir lors du calcul de la fréquence des échos obliques du mode plasma

Dans un but de clarté et pour faciliter les applications pratiques, nous présentons cette synthèse sous une forme synoptique, comme nous l'avons fait dans les précédents chapitres. Nous nous limitons à la manipulation de quantités réelles, ce qui implique $\omega_{po} > \omega_{HO}$.

PARAGRAPHE CONCERNÉ	ORGANIGRAMME DES OPÉRATIONS	REMARQUES
2-1-3	DISCUSSION DU CHAPITRE 2 OUI (2-12) ET (2-13) VARIABLES OUI (2-14) ET (2-15) VARIABLES NON VERIFICATIONS A ACCOMPLIR <i>a posteriori</i> CONNAISSANT LA SOLUTION DES EQUATIONS DU COL	
4-1-1	ω_{p0} ET ω_{H_0} VOISINS ω_{p0} ET ω_{H_0} TROP VOISINS $w = 0$ $w \neq 0$ Equation (4-4)	
4-2-1	CALCUL DE t_{lin} $t \gg t_{lin}$ ET (4-33) VRAIS NON OUI $x_3 / x_R \ll 1$ (x_R DONNE PAR (4-28)) NON OUI EVENTUALITE RARE, DANS LAQUELLE LE TEST OUI SUIV EST A ACCOMPLIR <i>a posteriori</i> CALCUL DE t_{wkb} $\frac{1}{2} (x_3 - x_R)^{-1/2} \ll k_1 \omega_{p0} A \sin^2 H^{1/2}$ NON OUI $t \ll t_{wkb}$ NON OUI SOLUTION ANALYTIQUE LINEARISEE (4-32) (4-32) ET (4-33) (4-28) (4-35)	
4-2-2-1	$x_3 \ll \alpha_0$ NON PEU PROBABLE INEGALITE (4-44) VRAIE NON NON INEGALITE (4-44) MODIFIEE PAR ($x_3 - x_R$)-1/2 AU LIEU DE ($-x_R$)-1/2 AU PREMIER MEMBRE VRAIE METHODE WKB NON VALABLE OUI $w = 0$ NON ITERATION DU PARAGRAPHE 4-2-2-1 ITERATION DU PARAGRAPHE 4-2-2-2 PROCESSUS CONVERGENT NON OUI SOLUTION ATTEINTE DE PROCHE EN PROCHE PAR ITERATIONS SUCCESSIVES (4-38) A (4-40)	
4-2-2	x_R k_1 ω k_2 k_3 ω (4-37)	
4-1-1 ET 4-1-2		(4-24) (4-23) (4-13), (4-9) (4-6) ET REMARQUE AU DERNIER ALINEA DU PARAGRAPHE 4-2-2-1 (3-58)



5 - ETUDE DES ECHOS OBLIQUES DU MODE HYBRIDE

5.1. Equations du col dans le cas du mode hybride

5.1.1. Mise en forme de la relation de dispersion en vue de l'application de la méthode WKB

5.1.2. Intégrale de phase. Ondes directes et réfléchies. Equations du col

5.2. Résolution des équations du col et calcul des fréquences des signaux reçus par l'antenne sur le mode hybride

5.2.1. Solution linéaire

5.2.2. Solution générale

5.2.2.1. Echos obliques ; f_T non voisin de $2 f_H$

5.2.2.2. Echos obliques ; f_T voisin de $2 f_H$

5.3. Synthèse des opérations à accomplir lors du calcul de la fréquence des échos obliques du mode hybride

5.1. Equations du col dans le cas du mode hybride

5.1.1. Mise en forme de la relation de dispersion en vue de l'application de la méthode WKB

La marche à suivre est la même qu'au chapitre précédent, ce qui nous permet de présenter les étapes du calcul avec le minimum de commentaires et de nombreuses références au chapitre précédent.

L'équation de départ est

$$D_T(\vec{k}, \omega, X'_3) \phi_T(\vec{k}, \omega, X'_3) = \frac{\omega^2 k^2}{c^2 \epsilon_0} \rho(\vec{k}, \omega) \quad (5-1)$$

On transforme D_T (3-52) selon

$$\left. \begin{aligned} k'_3 &= -k'_1 \operatorname{tg} \gamma' + \frac{k_z}{\cos \gamma'} \\ k_x &= \frac{k'_1}{\cos \gamma'} - k_z \operatorname{tg} \gamma' \end{aligned} \right\} \quad (5-2)$$

On néglige $k_z \operatorname{tg} \gamma$ dans la dernière équation. Cette approximation est d'autant mieux vérifiée que $\vec{B}_0$ et OX'_3 ont des directions plus voisines, et est discutée à l'annexe 2. L'équation de départ (5-1) devient

$$\left[-k'^2_3 + 2 a i k'_3 + b^2(X_3) \right] \phi_T = S(\vec{k}, \omega) \quad (5-3)$$

avec

$$S = + \frac{X_{T0} \rho(\vec{k}, \omega)}{a_o^2 \cos^2 \gamma' \epsilon_0} \quad (5-4)$$

$$a = i k'_1 \operatorname{tg} \gamma' \quad (5-5)$$

$$\begin{aligned} b^2(X_3) = \frac{1}{(a_o \omega_{T0} \cos \gamma')} & \left[k_1^2 c^2 \left(\omega_{T0}^2 - \omega_{po}^2 \frac{X'_3}{H'} - \omega^2 \right) \left(1 + \frac{k_1^2 u_o^2}{\omega_{T0}^2} \cdot \frac{4Y_{T0}^2}{4Y_{T0}^2 - 1} \right) \right. \\ & \left. - k_1^2 c^2 u_o^2 - a_o^2 \omega_{T0}^4 \right] - k'^2_1 \operatorname{tg}^2 \gamma' \end{aligned} \quad (5-6)$$

On utilise les expressions (3 - 3) pour définir χ_e et k_e , quantités qui, dans la suite, sont notées χ'_3 et k'_3 . On procède comme au chapitre 4 (cf. équations (4 - 7), (4 - 8) et les commentaires qui suivent), ce qui permet d'aborder le calcul de l'intégrale de phase.

5.1.2. Intégrale de phase. Ondes directes et réfléchies. Equations du col

D'après (5 - 5) et (5 - 6), on peut écrire :

$$b^2 - a^2 = \left(\frac{k_{\perp} \omega_{po}}{a_o \omega_{TO} \cos \gamma'} \right)^2 \frac{X'_R - X'_3}{H'} \quad (5 - 7)$$

où on a posé

$$X'_R = H' \frac{D_o(k_{\perp}, \omega)}{(\omega_{po} k_{\perp} c)^2} \quad (5 - 8)$$

$$D_o(k_{\perp}, \omega) = k_{\perp}^2 c^2 (\omega_{TO}^2 - \omega^2) \left(1 + \frac{k_{\perp}^2 u_o^2}{2 \omega_{TO}^2} \cdot \frac{4Y_{TO}^2}{4Y_{TO}^2 - 1} \right) - k_{\perp}^4 c^2 u_o^2 - a_o^2 \omega_{TO}^4 \quad (5 - 9)$$

ce qui donne

$$\chi'_3(X'_3) = \frac{\varepsilon \omega_{po} k_{\perp}}{a_o \omega_{TO} \cos \gamma'} \left(\frac{X'_R - X'_3}{H'} \right)^{1/2} \quad (5 - 10)$$

L'intégrale

$$I = \int_{OX'_3} \left[-k'_1 \operatorname{tg} \gamma' + \chi'_3(X'_3) \right] dX'_3 \quad (5 - 11)$$

a pour valeurs possibles

$$I = -k'_1 X'_3 \operatorname{tg} \gamma' + \frac{2 \varepsilon \omega_{po} k_{\perp}}{3 a_o \cos \gamma' \omega_{TO} H'^{1/2}} \left[X_R'^{3/2} + \varepsilon_1 (X'_R - X'_3)^{3/2} \right] \quad (5 - 12)$$

$\varepsilon = \pm 1$ correspond aux deux déterminations de (5 - 10) ; $\varepsilon_1 = +1$ correspond aux ondes réfléchies et $\varepsilon_1 = -1$ aux ondes directes. Ici, la propagation se fait en $X'_3 < X'_R$; l'émetteur étant en $X'_3 = 0$, on a $X'_R > 0$. Dans le cas du mode plasma, la réflexion avait lieu en $X_R < 0$, c'est-à-dire dans la région de densité électronique supérieure à celle qui règne autour de l'émetteur. Dans le cas présent, si le gradient du champ magnétique est faible ou négligeable, c'est dans la région de densité électronique inférieure à celle qui règne autour de l'émetteur que se produit la réflexion.

Soit :

$$Q = X_3'^{3/2} + \epsilon_1 (X_R' - X_3')^{3/2} \quad (5 - 13)$$

les équations du col sont :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \omega} = -t + \frac{2\epsilon\omega p_0 k_1}{3 a_0 \cos \gamma' \omega_{T0} H' 1/2} \cdot \frac{\partial Q}{\partial X_R'} \cdot \frac{\partial X_R'}{\partial \omega} = 0 \quad (5 - 14)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial k_1'} = X_1' - X_3' \operatorname{tg} \gamma' + \frac{2 \epsilon \omega p_0}{3 a_0 \cos \gamma' \omega_{T0} H' 1/2} \cdot \frac{\partial k_1}{\partial k_1'} \cdot \left(k_1 \frac{\partial Q}{\partial X_R'} \cdot \frac{\partial X_R'}{\partial k_1} + Q \right) = 0 \quad (5 - 15)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial k_2'} = X_2' + \frac{2 \epsilon \omega p_0}{3 a_0 \cos \gamma' \omega_{T0} H' 1/2} \cdot \frac{\partial k_1}{\partial k_2'} \cdot \left(k_1 \frac{\partial Q}{\partial X_R'} \cdot \frac{\partial X_R'}{\partial k_1} + Q \right) = 0 \quad (5 - 16)$$

Les deux dernières entraînent :

$$k_2' = \frac{X_2' k_1'}{\cos^2 \gamma' (X_1' - X_3' \operatorname{tg} \gamma')} \quad (5 - 17)$$

compte tenu de :

$$\frac{\partial k_1}{\partial k_1'} = \frac{k_1'}{k_1 \cos^2 \gamma'} ; \quad \frac{\partial k_1}{\partial k_2'} = \frac{k_2'}{k_1} \quad (5 - 18)$$

L'inconnue k_2 est donc éliminée. L'introduction de

$$\beta = \operatorname{Arg sh} \frac{X_2'}{\cos^2 \gamma' (X_1' - X_3' \operatorname{tg} \gamma')} \quad (5 - 19)$$

permet d'écrire :

$$k_1^2 = \frac{k_1'^2 \operatorname{ch}^2 \beta}{\cos^2 \gamma'} ; \quad \frac{\partial k_1}{\partial k_1'} = \frac{\eta}{\cos \gamma' \operatorname{ch} \beta} \quad (\eta = \pm 1) \quad (5 - 20)$$

et par conséquent d'éliminer k'_1 de (5 - 14) et (5 - 15), système dont les deux inconnues sont $k_\perp$ et ω . Les expressions

$$\frac{\partial X'_R}{\partial \omega} = - \frac{2H'\omega_{TO}}{\omega_{po}^2} \left(1 + \frac{k_\perp^2 u_o^2}{\omega_{TO}^2} \cdot \frac{4Y_{TO}^2}{4Y_{TO}^2 - 1} \right) \quad (5 - 21)$$

$$k_\perp \frac{\partial X'_R}{\partial k_\perp} = \frac{2H'}{k_\perp^2 \omega_{po}^2 c^2} \left[a_o^2 \omega_{TO}^4 - k_\perp^4 c^2 u_o^2 \left(1 + \frac{\omega_{TO}^2 - \omega^2}{\omega_{TO}^2} \cdot \frac{4Y_{TO}^2}{4Y_{TO}^2 - 1} \right) \right] \quad (5 - 22)$$

permettent d'écrire les équations restantes :

$$F_1(k_\perp, \omega, \vec{X}', t) = t + \frac{4\epsilon k_\perp H'^{1/2}}{3a_o \omega_{po} \cos \gamma'} \left(1 + \frac{k_\perp^2 u_o^2}{\omega_{TO}^2} \cdot \frac{4Y_{TO}^2}{4Y_{TO}^2 - 1} \right) \frac{\partial Q}{\partial X'_R} = 0 \quad (5 - 23)$$

$$F_2(k_\perp, \omega, \vec{X}', t) = X'_1 - X'_3 \operatorname{tg} \gamma' + \frac{2\epsilon \eta \omega_{po}}{3a_o \cos^2 \gamma' \operatorname{ch} \beta \omega_{TO} H'}^{1/2}.$$

$$\bullet \left\{ Q + \frac{2H'}{k_\perp^2 \omega_{po}^2 c^2} \left[a_o^2 \omega_{TO}^4 - k_\perp^4 c^2 u_o^2 \left(1 - \frac{\omega_{TO}^2 - \omega^2}{\omega_{TO}^2} \cdot \frac{4Y_{TO}^2}{4Y_{TO}^2 - 1} \right) \right] \frac{\partial Q}{\partial X'_R} \right\} = 0 \quad (5 - 24)$$

5.2. Résolution des équations du col et calcul des fréquences des signaux reçus par 1'antenne sur le mode hybride

5.2.1. Solution linéaire

Il s'agit ici de la solution présentée dans l'article (GRAFF, 1971 b)_→ dans laquelle les équations (5 - 23) et (5 - 24) sont d'abord résolues en $\vec{X} = 0$, t quelconque, leur solution en $(\vec{X}, t)$ étant ensuite exprimée sous forme de développement en série de TAYLOR, limité au premier ordre en $\vec{X}$ voisin de $\vec{X} = \vec{0}$. Le domaine de validité de cette solution est plus restreint que celui des équations (5 - 23) et (5 - 24) du fait de linéarisation et également du fait de l'hypothèse supplémentaire qui a été faite pour éviter des calculs inextricables et qui consiste à négliger

$$\frac{k_{\perp}^2 u_o^2}{\omega_{TO}^2} \cdot \frac{4Y_{TO}^2}{4Y_{TO}^2 - 1}$$

devant 1, ce qui exclut les cas où f_T est trop voisin de $2 f_H$. Pour les ondes directes, les équations (5 - 23) et (5 - 24) admettent, en $\vec{X} = \vec{0}$, la solution dégénérée : $t = 0$, ω indéterminé. Les ondes directes ne peuvent donc pas être prises en compte par cette solution. La solution linéaire offre cependant l'avantage de fournir des formules analytiques et une bonne proportion des situations ionosphériques entrent dans son domaine de validité. Renvoyant à l'article (GRAFF, 1971 b) pour le détail des calculs nous nous limitons ici à donner les résultats essentiels de la solution linéaire ainsi que des compléments sur la manière de déterminer son domaine de validité. En $\vec{X}' = \vec{0}$ sont obtenues les expressions :

$$\left. \begin{aligned} k_{\perp}(0, t) &= a_o^{1/2} \frac{\omega_{TO}}{(u_o c)^{1/2}} \left[1 + \frac{1}{48} \left(\frac{ct \cos \gamma'}{H'} \right)^2 \left(\frac{\omega_{po}}{\omega_{TO}} \right)^4 \right]^{1/4} \\ \omega(0, t) &= \omega_{TO} - a_o \omega_{TO} \frac{u_o}{c} \left[1 + \frac{1}{48} \left(\frac{ct \cos \gamma'}{H'} \right)^2 \left(\frac{\omega_{po}}{\omega_{TO}} \right)^4 \right]^{1/2} \end{aligned} \right\} (5 - 25)$$

et, en $\vec{X}$ ($X'_1 = r \cos \alpha'_1$, $X'_2 = r \cos \alpha'_2$, $X'_3 = r \cos \alpha'_3$, $r = V_s t$), on obtient après un calcul du même genre que celui qui conduit de (4 - 29) à (4 - 30) :

$$\left. \begin{aligned} k_{\perp}(\vec{X}, t) &= k_{\perp}(0, t) - \frac{\eta \cos \alpha'_2 \omega_{TO} V_s}{4 \text{th} \beta u_o^2} \\ \omega(\vec{X}, t) &= \omega(0, t) - \omega_{TO} \left\{ \frac{\cos \alpha'_3 V_s t \omega_{po}^2}{4 H' \omega_{TO}^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\eta \cos \alpha'_2 V_s a_o^{1/2}}{6 \text{th} \beta (u_o c)^{1/2}} \cdot \frac{\frac{1}{16} \left(\frac{ct \cos \gamma'}{H'} \right)^2 \left(\frac{\omega_{po}}{\omega_{TO}} \right)^4}{\left[1 + \frac{1}{48} \left(\frac{ct \cos \gamma'}{H'} \right)^2 \left(\frac{\omega_{po}}{\omega_{TO}} \right)^4 \right]^{3/4}} \right\} \end{aligned} \right\} (5 - 26)$$

Par le jeu de (5 - 17), (5 - 20) et de (3 - 43) qui, du fait de la linéarisation se réduit à

$$\Omega(\vec{t}) = \omega(\vec{X}, \vec{t}) - \vec{k}(\vec{0}, \vec{t}) \cdot \vec{V}_s$$

on calcule la fréquence reçue en $(\vec{X}, \vec{t})$:

$$\Omega(\vec{t}) = \omega_{T0} \left[1 - \frac{a_o u_o}{c} \cdot \frac{1 + 2 v^2/3}{(1 + v^2/3)^{1/2}} - \eta \frac{\cos \alpha'_2 a_o^{1/2} v_s}{\text{th} \beta (u_o c)^{1/2}} \cdot \frac{1 + v^2/2}{(1 + v^2/3)^{3/4}} - \cos \alpha'_3 \frac{v_s t \omega_{po}^2}{2H' \omega_{T0}^2} \right] \quad (5 - 27)$$

où est introduite la notation

$$v = \frac{ct |\cos \gamma'| \omega_{po}^2}{4H' \omega_{T0}^2} = 0,75 \times 10^8 |\cos \gamma'| X_T t/H' \quad (5 - 28)$$

Deux ondes sont reçues, $\Omega_+(t)$, $\Omega_-(t)$, correspondant respectivement à $\eta = +1$ et $\eta = -1$. Lorsqu'elles sont d'amplitudes voisines, elles battent à la pulsation

$$\Omega_B(t) = \frac{2 \cos \alpha'_2 a_o^{1/2} v_s}{\text{th} \beta (u_o c)^{1/2}} \cdot \frac{1 + v^2/2}{(1 + v^2/3)^{3/4}} \quad (5 - 29)$$

Les expressions (5 - 26) permettent de calculer analytiquement également les coordonnées $k'_1(\vec{X}, \vec{t})$, $k'_2(\vec{X}, \vec{t})$, $k'_3(\vec{X}, \vec{t})$ dont la connaissance peut être nécessaire au traitement de certains problèmes : (5 - 18) et (5 - 20) entraînent

$$k'_1 = \eta k_1 \cos \gamma' / \text{ch} \beta$$

d'où k'_2 se déduit par (5 - 17). D_o et X'_R , calculés ensuite par (5 - 9) et (5 - 8), permettent d'exprimer χ'_3 par (5 - 10), d'où finalement k'_3 se déduit par (5 - 4) à (5 - 6). Il ne faut pas omettre, comme nous l'avons signalé à la même occasion au chapitre 4, de remplacer ε par $-\varepsilon$ dans l'expression de χ'_3 (5 - 10), de manière à bien obtenir, pour k_3 , la détermination correspondant à un rayon passant au point de réception après sa réflexion.

La discussion de la solution qui vient d'être présentée procède en trois étapes : discussion des équations simplifiées (2 - 16) et (2 - 17), discussion de la linéarisation et enfin discussion de la méthode WKB.

Nous avons indiqué, au paragraphe 2.1.4. que les équations simplifiées (2 - 16) et (2 - 17) sont valables lorsqu'elles donnent lieu à des vitesses de groupe voisines de celles déduites de la théorie adiabatique complète. La région de l'espace $(\vec{k}, \omega)$ à explorer, lors de l'investigation des vitesses de groupe déduites de ces équations, est celle qui est décrite le long du chemin d'intégration de (5 - 11). Pour $k'_1, k'_2, \omega, k_\perp$ les valeurs correspondantes sont les solutions des équations du col ; en ce qui concerne k'_3 , le domaine exploré est $(-k'_M, +k'_M)$ k'_M étant la valeur absolue maximale de k'_3 au cours de cette intégration ; k'_M est en pratique $k'_3(X'_3)$, X'_3 étant 0 ou bien $V_s t \cos \alpha'_3$. Il s'agit donc ici d'une vérification à accomplir *a posteriori* ; si elle aboutit à l'invalidité de (2 - 16) et (2 - 17), liée à la proximité de f_T et $2 f_H$, il est nécessaire de tenir compte du terme :

$$\frac{k_\perp^2 u_o^2}{\omega_{TO}^2} \cdot \frac{4Y_{TO}^2}{4Y_{TO}^2 - 1}$$

c'est-à-dire de prendre comme nouveau point de départ les équations (2 - 18) et (2 - 19).

La linéarisation, c'est-à-dire la validité de la représentation de $k_\perp(\vec{V}_s t, t)$ et $\omega(\vec{V}_s t, t)$ par les deux premiers termes (5 - 26) de leur développement en série de TAYLOR par rapport à V_s et au voisinage de $V_s = 0$, est, en l'absence de tous renseignements sur la convergence d'un tel développement, fort malaisée à discuter rigoureusement. La procédure, adoptée au chapitre 4 pour discuter cette linéarisation, aboutit à un critère qui est pris comme critère de validité, mais qui, en toute rigueur, ne permet que de présumer cette validité (il en est chaque fois ainsi lorsqu'on ne sait pas majorer le "reste" d'un développement limité). En procédant de la même manière ici, on est conduit à l'inégalité :

$$\left| \frac{\cos \alpha'_2 a_o^2 V_s}{\text{th } \beta(u_o c)^{1/2}} \right| \cdot \frac{1 + v^2/2}{(1 + v^2/3)^{3/4}} \ll \frac{a_o u_o}{c} \cdot \frac{1 + 2v^2/3}{(1 + v^2/3)^{1/2}}$$

qui s'écrit aussi

$$\left| \frac{\cos \alpha'_2}{\text{th } \beta} \right| \cdot \frac{V_s}{u_o} \left(\frac{c}{u_o} \right)^{1/2} \ll \frac{(1 + 2 v^2/3)(1 + v^2/3)^{1/4}}{1 + v^2/2} \quad (5 - 30)$$

ainsi qu'à l'inégalité

$$\left| \cos \alpha'_3 \right| \frac{V_s t \omega_{po}^2}{2H' \omega_{po}^2} < \frac{a_o u_o}{c} \cdot \frac{1 + 2 v^2/3}{(1 + v^2/3)^{1/2}} \quad (5 - 31)$$

Ces inégalités sont impliquées par les suivantes :

$$t < 2 \frac{H'}{V_s |\cos \alpha'_3|} \cdot \frac{a_o u_o}{c} \left(\frac{\omega_{TO}}{\omega_{po}} \right)^2 \quad (5 - 32)$$

et

$$\left| \frac{\cos \alpha'_2}{\text{th } \beta} \right| \frac{V_s c^{1/2}}{u_o^{3/2}} < 1 \quad (5 - 33)$$

qui sont ce que donnent les précédentes en $v = 0$. Dans les cas où v dépasse quelques unités, ces deux dernières inégalités deviennent nettement trop restrictives.

Les inégalités qui président à la validité de la méthode WKB sont ici (cf. discussion du paragraphe 4.2.1.)

$$|d^2 \chi' (X'_3) / dX_3'^2| < |\chi' (X'_3) \cdot d\chi' (X'_3) / dX_3'|$$

$$|d\chi' (X'_3)| < |\chi' (X'_3)|^2$$

ainsi que (3 - 21) qui exprime simplement que

$$|\chi' (X'_3) (X'_R - X'_3)| \gg 1$$

On note qu'ici le symbole prime ne désigne plus une dérivation, mais sert à distinguer les fonctions utilisées de celles du chapitre 4. La dérivation est donc écrite dans le présent chapitre à l'aide de la notation différentielle. L'expression (5 - 10) entraîne que les inégalités précédentes sont toutes équivalentes à la suivante :

$$(X'_R - X'_3)^{3/2} \gg \frac{H'^{1/2} a_o \omega_{TO} |\cos \gamma'|}{\omega_{po} k_1} \quad (5 - 34)$$

Lorsque

$$|X'_3 / X'_R| < 1 \quad (5 - 35)$$

(5 - 34) se réduit à

$$X_R^{3/2} \gg \frac{H^{1/2} a_o \omega_{TO} |\cos \gamma'|}{\omega_{po} k_1} \quad (5 - 36)$$

λ étant la longueur d'onde au point de réception, il est intéressant de remarquer que (4 - 34), aussi bien que (5 - 36) sont du type :

$$\left(\frac{X_R}{\lambda}\right)^2 \gg \frac{H}{X_R} \cdot \frac{1}{4\pi^2} E \quad (5 - 37)$$

où E est un coefficient sans dimension dépendant de γ (chapitre 4) ou γ' (chapitre 5). Cette remarque montre que la validité de la méthode WKB, aussi bien dans le cas du mode hybride que dans celui du mode plasma, se traduit par des proportions simples à respecter entre la longueur d'onde, la distance de réflexion et l'échelle de hauteur.

Dans le cadre de la solution linéarisée, on peut approcher X_R' par son expression $X_R'(0, t)$, déduite de (5 - 25), et qui est

$$X_R'(0, t) = H' \frac{u_o}{c} a_o v^2 (1 + v^2/3)^{-1/2} \quad (5 - 38)$$

ce qui permet d'expliciter (5 - 36) en

$$v^3 (1 + v^2/3)^{-3/2} \gg \frac{\omega_{TO} |\cos \gamma'|}{a_o^{1/2} \omega_{po} k_1 H'} \left(\frac{c}{u_o}\right)^{3/2}$$

lorsque le second nombre est beaucoup plus petit que l'unité, ce qui est généralement le cas, la condition de validité de la méthode WKB est simplement

$$v^3 \gg \frac{\omega_{TO} |\cos \gamma'|}{a_o^{1/2} \omega_{po} k_1 H'} \left(\frac{c}{u_o}\right)^{3/2}$$

soit, sauf erreur :

$$t \gg \frac{4 H'}{a_o^{1/6} |\cos \gamma'|^{2/3} c} \left(\frac{\omega_{TO}}{\omega_{po}}\right)^{7/3} \left(\frac{c}{u_o}\right)^{1/2} (k_1 H')^{-1/3} \quad (5 - 39)$$

Dans le cadre de la solution linéaire, l'éventualité $\omega_{TO} > 2 \omega_{HO}$ se prête à des commentaires analogues à ceux de l'éventualité $\omega_{po} < \omega_{HO}$ au chapitre précédent. Ici, de plus, lorsque $\omega_{TO} > 2 \omega_{HO}$, l'annulation de la vitesse de groupe devient

impossible pour $\omega \approx \omega_{TO}$, k réel, comme nous l'avons vu au chapitre 1 (tableau 3 et figure 11) ; dans le cas $\omega_{po} < \omega_{HO}$, il est à noter que l'annulation de la vitesse de groupe ($\omega = \omega_{po}$, $\theta = 0$, $k = 0$) ne disparaît pas, car la propagation à θ nul ne dépend pas du champ magnétique.

5.2.2. Solution générale

5.2.2.1. Echos obliques ; f_T non voisin de $2 f_H$

On se place ici dans l'hypothèse où f_T n'est pas voisin de $2 f_H$. Cette hypothèse est prise au sens de la validité des équations (2 - 16) et (2 - 17), discutées au paragraphe 2.1.4. Les termes comportant dans les équations (5 - 23) et (5 - 24) le facteur $\frac{4Y_{TO}^2}{4Y_{TO}^2 - 1}$ peuvent alors être négligés. On peut alors éliminer

k_1 entre ces équations. (5 - 23) donne en effet :

$$k_1^2 = \frac{9 a_o^2 \omega_{po}^2 \cos^2 \gamma' t^2}{16 H' Q'^2} \quad (5 - 40)$$

où $Q' = \partial Q / \partial X'_R$, ce qui, reporté dans (5 - 24), donne

$$V_s t (\cos \alpha'_1 - \cos \alpha'_3 \operatorname{tg} \gamma') + \frac{2 \varepsilon \eta \omega_{po}}{3 a_o \cos^2 \gamma' \operatorname{ch} \beta \omega_{TO} H'^{1/2}} \left\{ Q + \frac{32 H'^2 \omega_{TO}^4}{9 c^2 t^2 \omega_{po}^4 \cos^2 \gamma'} Q'^3 - \frac{9 a_o^2 \cos^2 \gamma' t^2 u_o^2}{8 Q'} \right\} = 0$$

ce qui s'écrit, en introduisant la quantité sans dimension v , définie par (5 - 28)

$$Y(X'_R, \frac{X'_3}{X'_R}) = \frac{3 \varepsilon \eta a_o \operatorname{ch} \beta \cos^2 \gamma' (\cos \alpha'_1 - \cos \alpha'_3 \operatorname{tg} \gamma') \omega_{TO}}{2 \varepsilon \eta \omega_{po}} V_s t H'^{1/2} Q' + Q Q' + \frac{2}{9} v^{-2} Q'^4 - \frac{9}{8} a_o^2 \cos^2 \gamma' u_o^2 t^2 = 0 \quad (5 - 41)$$

Cette équation dépend de X'_R et X'_3/X'_R à travers Q et Q' . Nous l'étudions d'abord pour $X'_3/X'_R = 0$, condition qui entraîne, avec $\varepsilon_1 = +1$:

$$Q = 2 X_R'^{3/2} \quad \text{et} \quad Q' = 3 X_R'^{1/2}$$

ce qui donne dans (5 - 41)

$$Y(X'_R, 0) = 16 X'^2_R (1 + 3 v^{-2}) + 12 \varepsilon' a_0 \operatorname{ch} \beta \cos^2 \gamma' (\cos \alpha'_1 - \cos \alpha'_3 \operatorname{tg} \gamma')$$

$$\frac{\omega_{TO} V_s t (H' X'_R)^{1/2}}{\omega_{po}} - 3 a_0^2 \cos^2 \gamma' u_0^2 t^2 = 0 \quad (5 - 42)$$

où $\varepsilon' = \varepsilon \eta = \pm 1$. Cette équation n'est pas sans rappeler l'équation (4 - 38) : elle est également de la forme

$$Y = ax^4 + bx - c = 0 \quad (5 - 43)$$

mais avec ici

$$\left. \begin{aligned} x &= (X'_R)^{1/2} \\ a &= 16 (1 + 3 v^{-2}) \\ b &= 12 \varepsilon' a_0 \operatorname{ch} \beta \cos^2 \gamma' (\cos \alpha'_1 - \cos \alpha'_3 \operatorname{tg} \gamma') \frac{\omega_{TO}}{\omega_{po}} V_s t H'^{1/2} \\ c &= 3 a_0^2 \cos^2 \gamma' u_0^2 t^2 \end{aligned} \right\} \quad (5 - 44)$$

La localisation de la seule racine positive de (5 - 42) se fait donc comme pour l'équation (4 - 39) : n étant le plus petit des nombres entiers tels que

$$b > -c \left(\frac{c}{a} \right)^{-1/4} \frac{n^4 - 1}{n}$$

la racine x cherchée est dans l'intervalle $(\alpha_0 = (-b/4a)^{1/3}, \alpha_n = n(c/a)^{1/4})$ dans lequel dY/dx et d^2Y/d^2x sont positifs, cette racine peut être déterminée par l'organigramme écrit au chapitre 4 après l'équation (4 - 40). L'extension à $X'_3 \neq 0$ se fait de la même façon qu'au chapitre 4 : par rapport à $X'_3 = 0$, on garde la même méthode d'itération, qui conduit à coup sûr rapidement au résultat lorsque

$$|X'_3 / X'_R| \ll 1 \quad (5 - 35)$$

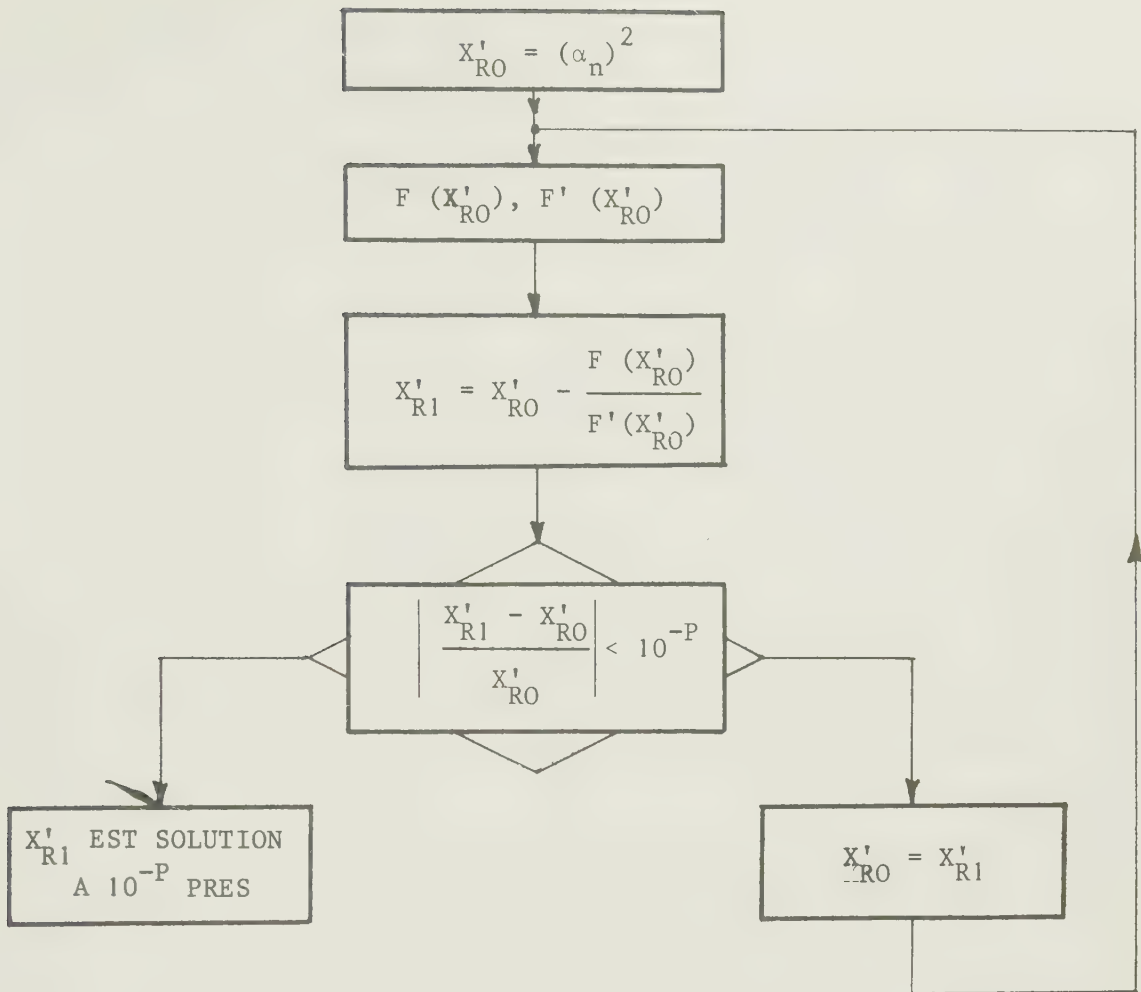
est vérifiée. On adopte par conséquent l'organigramme suivant, dans lequel

$$F(X'_R) = Y \left(X'_R, \frac{X'_3}{X'_R} \right)$$

et

$$F'(X'_R) = \frac{3 \varepsilon' a_0 \operatorname{ch} \beta \cos^2 \gamma' (\cos \alpha'_1 - \cos \alpha'_3 \operatorname{tg} \gamma') \omega_{TO}}{2 \omega_{po}} V_s t H'^{1/2} Q'' + QQ'' + Q'^2 + \frac{8}{9} v^{-2} Q'^3 Q''$$

$$\text{où} \quad Q'' = 2 Q \partial / \partial X'^2_R$$



Une fois X'_R calculé, la marche à suivre pour déterminer les autres éléments du point col est la suivante : k_1 est obtenu par (5 - 40) ; on calcule également Q et Q' . Connaissant $\varepsilon' = \varepsilon\eta$ (qu'on a choisi égal à $+1$ ou -1 , ces deux valeurs correspondant aux deux ondes reçues), on détermine ε tel que, dans (5 - 23) t soit positif et on déduit η ce qui, par (5 - 18) et (5 - 20), permet de calculer k'_1 , puis k'_2 par (5 - 17). Pour calculer k'_3 , on se sert de (5 - 10), (5 - 6) et (5 - 4), mais dans (5 - 10) et (5 - 6) on doit prendre soin de changer ε en $-\varepsilon$ de manière à bien obtenir le k'_3 "local" correspondant au rayon réfléchi. Le caractère fort peu restrictif de (5 - 35) assure en pratique le succès de la solution que nous venons de décrire.

Ce qui a été dit au paragraphe 5.2.1., au sujet de la validité des équations (2 - 16) et (2 - 17) s'applique encore ici. Quant à la méthode WKB, son domaine d'application est exprimé par l'inégalité (5 - 36).

5.2.2.2. Echos obliques, t_T voisin de $2 f_H$

Lorsque l'on tient compte des termes contenant le facteur

$$\frac{4 Y_{TO}^2}{4 Y_{TO}^2 - 1}$$

le système des équations (5 - 23) et (5 - 24) ne se présente pas d'une manière favorable à l'extension de la méthode utilisée ci-dessus, qui pourtant a permis de traiter avec succès les échos obliques sur le mode plasma lorsque f_N est voisin de f_H . La difficulté réside dans le fait que les équations (5 - 23) et (5 - 24) dépendent des inconnues ω et $k_{\perp}$ à la fois explicitement et implicitement à travers Q et $\partial Q / \partial X'_R$. L'élimination de la variable explicite $k_{\perp}$, bien que possible car (5 - 24) est bicarrée en $k_{\perp}$, n'a donc ici plus d'intérêt. Nous avons donc été contraint ici de nous orienter vers une méthode purement numérique portant sur la résolution du système des deux équations, (5 - 23) et (5 - 24), à deux inconnues, $k_{\perp}$ et ω .

Posons dans la suite

$$w = \frac{4 Y_{TO}^2}{4 Y_{TO}^2 - 1} \quad (5 - 45)$$

La solution $(\omega, k_{\perp})$, obtenue au paragraphe précédent pour $w = 0$, sert de départ à une méthode de récurrence dans laquelle on donne, à w , n accroissements successifs $dw = \frac{w}{n}$ à partir de la valeur zéro. Le j -ème terme de cette récurrence consiste à résoudre, à l'aide d'un schéma itératif, le système obtenu, à partir de (5 - 24) et (5 - 25), en attribuant à $4 Y_{TO}^2 / (4 Y_{TO}^2 - 1)$ la valeur $j d$; la valeur de départ du schéma itératif étant la solution obtenue au $(j - 1)$ ème terme de la récurrence. Le nombre dw doit être suffisamment faible pour que le schéma itératif converge rapidement, mais la diminution de dw conduit à accroître le nombre n des termes de la récurrence. Le compromis à réaliser dépend du type de schéma itératif adopté. Après avoir traité quelques exemples, nous pouvons faire les remarques suivantes. Par analogie, avec le schéma d'itération du chapitre précédent, nous avons essayé la "méthode de NEWTON pour plusieurs variables" (DURAND 1961, tome 2, p. 168-170) ; cette méthode présente en outre l'avantage de comporter le calcul de déterminants du second ordre dont les termes sont voisins de ceux des déterminants utilisés dans la solution linéaire ; malheureusement, il est très difficile de discuter la convergence de cette méthode et les divergences

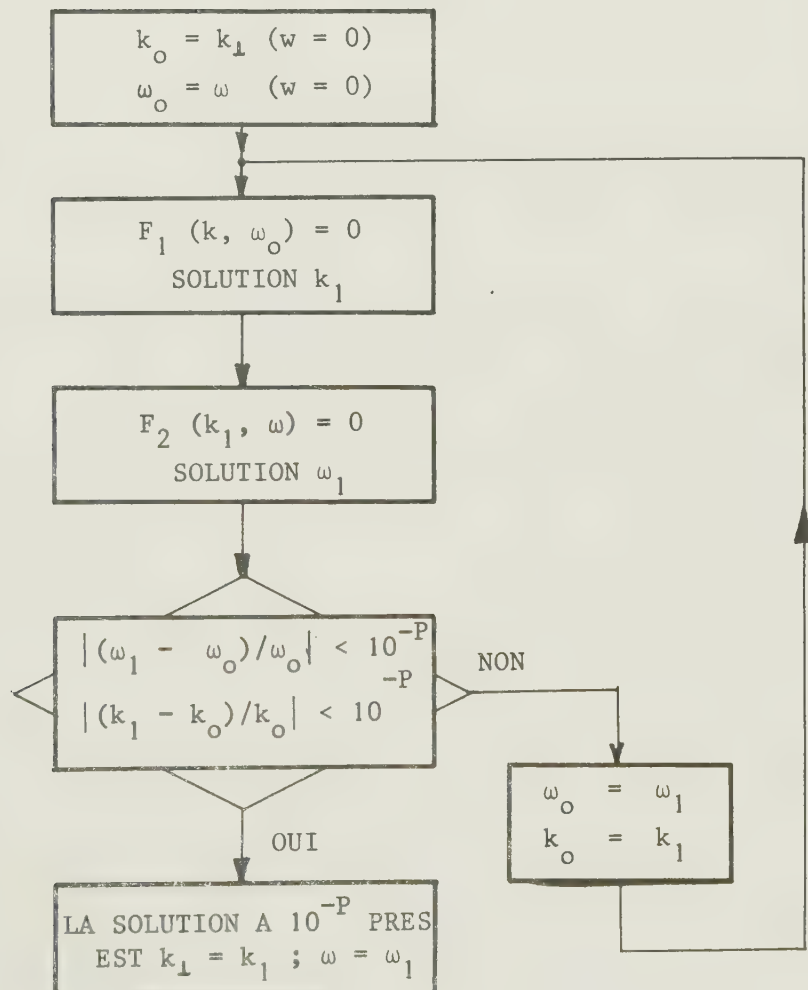
que nous avons constatées en pratique nous ont conduits à l'abandonner. En pratique, en choisissant dw assez petit, on peut toujours utiliser avec succès le processus itératif du premier ordre décrit par DURAND (tome 2, p. 162-165) ; on choisit un schéma convergent (DURAND, tome 2, p. 163, figure 1-V-a ou figure 2-V trait pointillé) à l'aide d'un test portant sur la comparaison des valeurs des dérivées

$$\left(\frac{\partial k_1}{\partial \omega_1} \right) = - \frac{\partial F_1 / \partial \omega}{\partial F_1 / \partial k_1}$$

et

$$\left(\frac{\partial k_1}{\partial \omega_2} \right) = - \frac{\partial F_2 / \partial \omega}{\partial F_2 / \partial k_1}$$

Ce choix étant fait, on est amené à un organigramme du type suivant :



Dans l'organigramme précédent, figure par deux fois la résolution d'une équation à une inconnue. Cette résolution doit elle-même faire appel à un processus itératif. Un processus à convergence sûre mais relativement lente, consiste à encadrer la racine puis à répéter des interpolations linéaires (DURAND, tome 1, p. 48).

L'écriture d'un programme de calcul destiné à la résolution précédente ne présente aucune difficulté majeure, mais la présence de processus itératifs imbriqués laisse prévoir un temps de calcul qui, sans prendre des proportions outrancières, est d'un ordre de grandeur supérieur à celui que nécessitent les résolutions précédentes (paragraphe 4.2.1., 4.2.2., 5.2.1., 5.2.2.1.). Cette constatation met en relief la grande utilité pratique de la réduction, par voie analytique, du système des équations du col à une seule équation. Ce n'est que dans le cas où f_T est voisin de $2 f_H$, traité dans le présent paragraphe, que cette réduction, introduite au paragraphe 4.2.2., n'a pu être mise en oeuvre.

La validité de la méthode WKB, dans le cas présent, est toujours exprimée par les inégalités (5 - 35) et (5 - 36).

5.3. - Synthèse des opérations à accomplir lors du calcul de la fréquence des échos obliques du mode hybride.

En reprenant point par point la matière traitée dans le présent chapitre, on peut construire l'organigramme suivant, auquel on se conformera lors des applications pratiques :

CONCLUSION

C-1 Synthèse des résultats présentés

C-1-1 Résultats antérieurement publiés dans des articles

C-1-2 Résultats constituant une extension par rapport aux articles publiés

C-1-3 Autres points examinés

C-1-4 Un problème en suspens : celui du calcul de l'amplitude des ondes émises

C-2 Utilisation des résultats présentés au traitement de données expérimentales

C-2-1 ~~Systèmes~~ de référence

C-2-2 Suite des opérations nécessitées par le traitement d'un échantillon expérimental

C-2-3 Tests de validité du calcul

C-3 Etat d'avancement actuel des confrontations entre les données expérimentales et la théorie des échos obliques

C-3-1 Diminution des amplitudes des signaux reçus, lorsque f_N est inférieur à f_H ou f_T supérieur à $2 f_H$

C-3-2 Evaluation de la température électronique à l'aide des enregistrements amplitude-temps des satellites

C.1 Synthèse des résultats présentés

C.1.1 Résultats antérieurement publiés dans des articles

Une partie de la matière traitée dans cette thèse a été publiée antérieurement dans trois articles (GRAFF, 1970, 1971 a et 1971 b) et concerne essentiellement la résolution linéaire des équations du col.

Les études présentées dans ces articles prennent pour point de départ :

- une antenne qui émet un spectre plat dans toute la région de l'espace $(\omega, \vec{k})$ d'où sont extraites les composantes spectrales qui contribuent aux échos obliques.

- un plasma dont le seul paramètre variable en fonction des coordonnées d'espace est la densité électronique.

Au terme de ces articles, les équations du col sont écrites et résolues linéairement, aussi bien dans le cadre du mode plasma que dans le cadre du mode hybride ; dans les deux cas la géométrie la plus générale ($\vec{V}_N, \vec{V}_s, \vec{B}_0$ formant un trièdre quelconque) est adoptée. Ces articles donnent donc l'outil nécessaire pour mener à bien la confrontation théorie-expérience dans un certain domaine limité d'une part par les hypothèses sur l'antenne et le plasma, d'autre part par l'adoption de la méthode WKB et de sa solution linéarisée. Dans ce domaine, le résultat acquis consiste en les fréquences individuelles de chacun des échos obliques, ainsi qu'en la fréquence de battement qui est leur différence. L'expression du résultat se fait sous forme de formules analytiques, ce qui a l'avantage de mettre en évidence l'influence des différents paramètres. L'examen de ces formules ((4 - 30), (4 - 31), (5 - 27) à (5 - 29)), montre, par exemple, que les fréquences individuelles des échos sont plus sensibles aux variations de la température électronique (variation linéaire en $T^{1/2}$) que ne le sont les fréquences de battement (variation linéaire en $T^{\pm 1/4}$), ce qui fournit un argument en faveur des expériences dans lesquelles les fréquences individuelles des échos peuvent être restituées (cas des fusées EIDI). Cet argument se trouve renforcé lorsqu'on constate que, dans le cas des échos du mode plasma, les fréquences individuelles des échos dépendent de T et H par l'intermédiaire du rapport V_0/H alors que pour la fréquence de battement cette dépendance a lieu par l'intermédiaire du produit HV_0 , ce qui offre une possibilité d'élimination de la quantité H .

C.1.2 Résultats constituant une extension par rapport aux articles publiés

Le plasma ionosphérique a été considéré, au paragraphe 2.2, comme un milieu dans lequel les quantités T , $\vec{B}_0$ et N varient en fonction des coordonnées d'espace. L'examen des ordres de grandeur de ces diverses quantités a montré que, s'il est justifié de ne tenir compte que des variations de N dans une étude relative aux échos du mode plasma, en contre partie, la prise en compte des gradients des composantes de $\vec{B}_0$ s'avère nécessaire dans l'étude des échos du mode hybride, chaque fois que l'échelle de hauteur H n'est pas beaucoup plus petite qu'une certaine fraction de la distance géocentrique, c'est-à-dire lorsque l'inégalité (2 - 37) n'est pas satisfaite, ce qui est le cas dans certaines régions de l'ionosphère. Nous avons montré comment, dans cette éventualité, moyennant un changement de coordonnées, exprimé par les formules (2 - 38) à (2 - 42), on peut se ramener au problème traité dans les articles antérieurs.

Les équations de dispersion simplifiées qui décrivent les modes plasma et hybride (équations dites spécialisées) ont été discutées en vue de leur utilisation aux calculs de vitesses et temps de groupe ; nous avons montré que, dans le cas du mode plasma, la proximité de f_N et f_H et, dans le cas du mode hybride, la proximité de f_T et $2f_H$, introduisent de sévères limitations à la précision des vitesses de groupe. Des équations comportant, par rapport aux précédentes, un terme supplémentaire, ont été introduites de manière à accroître la précision sur les vitesses et temps de groupe dans les cas $f_N \approx f_H$ et $f_T \approx 2f_H$. Ces équations sont écrites en (2 - 14) et (2 - 15) (cas du mode plasma, $f_N \approx f_H$) et en (2 - 18) et (2 - 19) (cas du mode hybride, $f_T \approx 2f_H$).

Les articles précédents ne permettent pas de traiter les cas où la propagation est régie par ces nouvelles équations spécialisées. Ils ne permettent non plus de traiter ceux pour lesquels la linéarisation des équations du col n'est plus justifiée, éventualité qui se rencontre parfois dans les applications à l'ionosphère, comme notre expérience personnelle nous l'a montré. Ces raisons nous ont incité à présenter dans cette thèse des solutions des équations du col étendues à ces cas.

Au chapitre 4 ont été présentées ces extensions relativement aux échos du mode plasma. Dans le cas où la linéarisation seule tombe en défaut, les équations spécialisées simplifiées demeurant valables, les équations du col ont été réduites analytiquement à une seule, pour laquelle un schéma de résolution numérique, itératif

et rapidement convergent, a été présenté. Lorsque les équations simplifiées doivent être abandonnées au profit de (2 - 18) et (2 - 19), nous n'avons pas cherché à étendre la solution analytique linéarisée - ce qui cependant serait possible, au prix de calculs assez embrouillés - en revanche pour traiter cette éventualité, nous avons étendu le processus itératif précédent. La pratique montre que, par rapport à la solution analytique linéarisée, la mise en oeuvre de ce processus itératif sur ordinateur n'entraîne pas d'alourdissement de la programmation, ni d'allongement notable du temps de calcul. L'extension du processus itératif aux cas régis par (2 - 14) et (2 - 15) se fait avec succès, tant que sont modérées les valeurs du paramètre W , qui mesure l'importance du terme qui fait la distinction entre (2 - 14) et (2 - 15) d'une part et les équations spécialisées simplifiées (2 - 12) et (2 - 13) d'autre part. Lorsque W est élevé, la réduction des équations du col à une seule équation reste valable, mais la recherche de la solution doit se faire de proche en proche, par incréments successifs de W , ce qui nécessite plusieurs mises en oeuvre successives du processus itératif précédent. Le temps de calcul s'en trouve allongé, mais dans des limites raisonnables. En pratique, W ne peut pas dépasser une certaine limite, au delà de laquelle les équations (2 - 14) et (2 - 15) deviennent elles-mêmes trop imprécises.

Au chapitre 5, les mêmes extensions ont été présentées en vue de l'étude des échos obliques du mode hybride. Quand la linéarisation tombe en défaut et que les équations spécialisées simplifiées (2 - 16) et (2 - 17) sont valables, les équations du col ont été, comme ci-dessus, réduites analytiquement à une seule, qui a pu être résolue par un schéma itératif convergent de NEWTON-RAPHSON. Mais, dans le cas du mode hybride, cette réduction des équations du col à une seule équation ne peut être étendue aux cas où, f_T étant voisin de $2 f_H$, le recours aux équations (2 - 18) et (2 - 19) est nécessaire et le paramètre w , défini par (5 - 45), ne peut plus être pris égal à zéro. Pour traiter ce cas, nous avons présenté la méthode numérique qui nous a semblé la plus simple. Cette méthode consiste à rechercher la solution de proche en proche, à partir de la solution pour $w=0$, à l'aide d'incrément successifs de w . A chaque étape de ce processus, un système de deux équations à deux inconnues doit être résolu. Pour ce faire, la méthode de NEWTON, parfois divergente, a dû être abandonnée, au profit d'une méthode d'interpolations linéaires, pour laquelle on peut toujours trouver une forme convergente. La lenteur relative de cette dernière convergence, le fait d'avoir à résoudre deux équations à deux inconnues et la recherche de la solution de proche en proche font que, dans ce dernier cas traité, le temps de calcul est nettement plus élevé que dans les précédents.

C.1.3 Autres points examinés

Certains points ont fait, dans cette thèse, l'objet d'une étude particulière, sans pour autant conduire à une extension du domaine de validité du calcul ; le but poursuivi, lors de l'étude de ces points, a été surtout d'apporter des éclaircissements sur certaines limites de la validité du calcul.

Le paragraphe 2.1.1 a eu pour but de justifier l'adoption d'équations ne tenant pas compte des collisions. Nous appuyant sur les données de sondages ionosphériques, nous avons pu conclure que l'effet des collisions est généralement négligeable au-dessus de 500 km d'altitude. La fréquence de collisions augmente d'un facteur 10 environ lorsque l'altitude décroît de 500 à 350 km, ce qui conduit à envisager l'effet des collisions comme facteur de décroissance des signaux recueillis par les sondeurs à relaxation opérant dans une région très grossièrement comprise entre le bas de l'ionosphère et une altitude de l'ordre du double de celle du maximum d'ionisation de la couche F.

Nous avons traité du modèle d'antenne au **paragraphe** 2.3. De cette étude, il ressort que le choix *a priori* d'un modèle d'antenne, tel que celui du dipôle, n'a guère d'incidence sur les expressions des fréquences des échos obliques reçus en fonction du temps ; la principale erreur que le modèle d'antenne peut induire sur ces expressions résulte du temps de transit des ondes à travers la gaine statique et cette erreur reste faible du fait que, dans le cadre de la méthode WKB, les rayons le long desquels s'intègre le temps de groupe sont beaucoup plus longs que les longueurs d'ondes, elle-mêmes supérieures, d'un ordre de grandeur, à la longueur de DEBYE qui fixe l'ordre de grandeur de l'épaisseur de la gaine. Ce qui précède est inexact dans le cas de longues antennes non recouvertes d'isolant, pour lesquelles le terme $\vec{V}_s \cdot \vec{X} \vec{B}_0$ peut entraîner une forte déformation de la gaine, dont le rayon n'est alors plus commandé par la longueur de DEBYE ; les cas où l'antenne, en régime statique, ne se borne pas à recevoir les charges du plasma thermique, sont également à considérer ; citons, par exemple, l'éventualité d'une forte émission photo-électrique, dont on devra considérer avec soin les conséquences sur la forme de la gaine statique.

Les calculs de cette thèse et des articles qui lui ont donné naissance s'appuient sur l'application de la méthode WKB à une équation de propagation avec terme de source. Cette procédure est présentée et discutée au chapitre 3. Sa validité y est traduite par des inégalités qui, dans les chapitres 4 et 5, sont particularisées aux différents cas dans lesquels les équations du col sont résolues,

ce qui donne, lors d'applications pratiques, le moyen d'être assuré du bien fondé de la méthode. Nous avons insisté sur le fait que les échos obliques ne sont qu'une des composantes du champ émis par l'antenne. D'autres composantes ont aussi la propriété d'être décrites par les équations de dispersion spécialisées que nous avons utilisées ; ce sont les ondes directes que nous avons identifiées et séparées des échos obliques au paragraphe 4.1.2. et sur lesquelles nous sommes revenus au paragraphe 4.2.2.3. Nous avons indiqué que ces ondes directes tendent vers le champ en milieu homogène lorsque les paramètres du milieu tendent à être uniformes spatialement et qu'elles sont approximativement représentées par le champ créé par l'antenne dans une ionosphère supposée homogène. Comme nous l'avons vu au premier chapitre, ce champ a été étudié par différents auteurs. Les échos obliques s'introduisent comme solutions supplémentaires dont l'existence est liée à l'inhomogénéité du milieu.

C.1.4 Un problème en suspens : celui du calcul de l'amplitude des ondes émises

L'exposé de la méthode WKB a permis de distinguer, dans l'expression des signaux reçus par l'antenne, deux échelles de variations. L'une correspond à des variations rapides, caractérisées par les fréquences des échos qui, comme nous venons de le rappeler, ont été calculées avec précision. L'autre correspond à des variations lentes, caractérisées par l'amplitude des signaux. Nous avons décrit, au paragraphe 3.2.2.3, l'application d'une méthode classique qui permet de calculer cette amplitude à l'aide d'une intégration approchée, limitée au voisinage du point col. Une approximation, que nous n'avons pas discutée outre mesure, nous a conduit à exprimer analytiquement cette amplitude, à l'aide d'intégrales de FRESNEL. C'est une approximation de ce type qui a permis à DEERING et FEJER (tableau 2) de trouver que le champ en milieu homogène (ondes directes dans notre cas), émis en mode plasma, décroît en $t^{-5/2}$ (du moins tant que $\omega_p t \ll 6V^2 / [V_s^2 \cos^2(\vec{V}_s, \vec{B}_0)]$) et à FEJER et YU (1970) de montrer que les échos obliques (dans la géométrie $\vec{V}_s // \vec{B}_0 \perp \vec{N}$) ont une amplitude proportionnelle à $t^{-1/2}$, également dans le cas du mode plasma.

Nous n'avons pas poussé plus loin l'analyse du calcul des amplitudes par la méthode du col : une telle analyse met essentiellement en jeu des développements algébriques, qui, vraisemblablement, ne peuvent conduire qu'à perfectionner et généraliser à la géométrie tridimensionnelle des lois de décroissance de type $t^{-\alpha}$. Or (cf. paragraphe 1.3.1), rien n'est venu infirmer la conclusion de STURROCK

(1965), qui est que les lois en $t^{-\alpha}$ donnent lieu à des amplitudes qui, comparées aux données expérimentales, sont trop élevées et trop lentement décroissantes.

Une difficulté d'ordre physique, concernant le calcul des amplitudes, résulte des formules (2 - 52) à (2 - 55), établies au paragraphe 2-3 relatif à l'antenne : l'amplitude dépend à la fois de l'impédance $Z_A(\omega)$ et de la distribution de charge $\rho(\vec{k}, \omega)$ qui caractérisent l'antenne. Dans les calculs approchés usuels, par exemple ceux des auteurs précédents, qui entraînent les lois en $t^{-\alpha}$, on suppose $Z_A(\omega)$ constant dans l'intervalle spectral qui intervient dans le calcul et on suppose généralement $\rho(\vec{k}, \omega)$ également constant dans le domaine spectral utile, ce qui revient à faire l'hypothèse du dipôle infinitésimal. Les constantes précédentes étant **en général** inconnues, dans le cas le plus favorable où les suppositions précédentes seraient justifiées, l'amplitude des signaux ne peut être calculée qu'à un facteur multiplicatif près. Cette inconnue peut être levée expérimentalement si une mesure d'impédance de l'antenne est réalisée en même temps que l'expérience de détection d'échos. Nous avons rappelé au paragraphe 2.3.5 les difficultés qui président au calcul théorique de $Z_A(\omega)$ et de $\rho(k, \omega)$; les suppositions précédentes sont malaisées à justifier : d'une part on sait que $Z_A(\omega)$ peut subir de fortes variations dans un intervalle $\Delta\omega$ étroit, lorsque ω est voisin de ω_p ; d'autre part le domaine de l'espace $\vec{k}$, intervenant dans le calcul des échos obliques, correspond à des longueurs d'ondes qui peuvent être des longueurs caractéristiques d'oscillations dans la gaine (gaine dynamique). Le comportement de la gaine dynamique est fort mal connu et une des rares choses que nous puissions dire à son sujet est que, lorsqu'on a en vue le calcul de l'émission d'ondes de plasma, la gaine dynamique risque d'intervenir pour infirmer le modèle dipôle à distribution de courant triangulaire. A ce sujet rappelons que l'adoption de ce modèle conduit CHEN (1964) et KUEHL, STEWART et YEH (1967) à des désaccords, entre théorie et expérience, du même type que ceux de STURROCK.

C.2 Utilisation des résultats présentés au traitement de données expérimentales

C.2.1 Systèmes de référence

Au cours des étapes du calcul, plusieurs systèmes de coordonnées ont été utilisés, adaptés aux diverses conditions géométriques rencontrées.

Au paragraphe 3.3.1, nous avons indiqué le moyen pratique de repérer ces systèmes de référence les uns par rapport aux autres. Rappelons ici la nomenclature et l'utilisation de ces systèmes :

OXYZ : système géographique (Est, Nord, Zénith) ; repère les vecteurs $\vec{V}_s, \vec{B}_0, \vec{V}_N$

OMPQ : système géomagnétique (Est magnétique, Nord magnétique, zénith), sert à repérer le gradient du champ magnétique

Oxyz : système du magnétoplasma ($Oz/\vec{B}_0$) ; repère le tenseur diélectrique $\vec{K}$ du plasma et permet l'étude de la propagation (Oz est l'axe de révolution des surfaces d'indices)

$OX_1X_2X_3$: système approprié à l'application de la méthode WKB aux échos obliques du mode plasma

$OX'_1X'_2X'_3$: système approprié à l'application de la méthode WKB aux échos obliques du mode hybride

$O\xi\eta\zeta$: système défini par la géométrie de l'antenne

C.2.2 Suite des opérations nécessitées par le traitement d'un échantillon expérimental

La donnée d'un ensemble de valeurs comprenant : les composantes de $\vec{V}_s, \vec{B}_0, \vec{V}_N$; les paramètres du plasma $\omega_{po}, \omega_{HO} = e |\vec{B}_0| / m, T$; le temps de réception t ; enfin (dans le cas du mode hybride) l'altitude et la latitude géomagnétique, en vue du calcul de $\vec{V}_B$, permet d'entreprendre le calcul des fréquences des échos et d'obtenir un résultat à confronter avec les données expérimentales. Dans le cas des applications à l'ionosphère, les valeurs inconnues, qu'on cherche à déterminer pour optimiser l'accord expérience-théorie, sont $\vec{V}_N$ et surtout T .

La suite des opérations nécessitées par le calcul des fréquences des échos est définie, dans le cas du mode plasma, par le tableau synoptique du paragraphe 4.3 et par celui du paragraphe 5.3, dans le cas du mode hybride. Dans un

but de clarté ainsi que pour servir de guide à l'écriture des programmes d'ordinateur, ces tableaux sont présentés sous forme d'organigrammes. Ces tableaux donnent en outre des références au texte qui permettent de trouver aisément les formules à appliquer ou bien les organigrammes à utiliser en vue de la résolution itérative de certaines équations.

C.2.3 Tests de validité du calcul

Les organigrammes précédents comportent un certain nombre de tests qui visent d'une part à se garder d'appliquer le calcul à des cas où il n'est pas valable, d'autre part à choisir, pour les équations du col, le type de solution approprié à chaque cas. On remarque qu'un certain nombre de tests ne peuvent être mis en oeuvre qu'*a posteriori*, connaissant le domaine spectral entrant en jeu dans la solution. On peut toujours avoir rapidement une idée approximative de ce domaine spectral en appliquant la solution linéarisée.

C.3 Etat d'avancement actuel des confrontations entre les données expérimentales et la théorie des échos obliques

C.3.1 Diminution des amplitudes des signaux reçus lorsque f_N est inférieur à f_H ou f_T supérieur à $2 f_H$

Nous avons vu, au paragraphe 4.2.1 que, lorsque f_N devient inférieur à f_H , les solutions des équations du col deviennent imaginaires, entraînant, au fur et à mesure que f_N diminue, une progressive disparition des échos obliques, dont la conséquence expérimentale doit être une nette diminution de l'amplitude des signaux reçus, donc de la durée apparente des flèches de résonance des satellites sondeurs en contre-haut. L'observation de cet effet ne constitue en rien une preuve du bien fondé de la théorie des échos obliques, mais néanmoins fournit une présomption favorable. Un même effet se produit en mode hybride lorsque f_T atteint et dépasse $2 f_H$.

BENSON (1971), dans une lettre visant à appuyer la théorie des échos obliques par des observations expérimentales, donne un exemple frappant de la diminution de la durée des pics de résonance lorsque f_N/f_H devient inférieur à 1. Nous donnons sur les figures 22 et 23 des exemples de nos propres observations. La figure 22 concerne le pic de résonance à f_N et la figure 23 celui à f_T . On voit que d'une part il y a toujours un effet dans le sens prévu par la théorie lorsque f_N/f_H franchit la valeur 1 pour le pic à f_N et lorsque, dans le cas du pic à f_T , $f_T/2 f_H$ franchit la valeur 1. D'autre part ces deux figures, qui représentent le dépouillement de séries complètes d'ionogrammes correspondant à des passages de satellites au-dessus des stations réceptrices, montrent que d'autres facteurs interviennent dans les variations de la durée des pics de résonance et illustrent le caractère très partiel des connaissances théoriques relatives à l'amplitude des pics de résonance.

C.3.2 Evaluation de la température électronique à l'aide des enregistrements amplitude-temps des satellites

Le battement entre les échos obliques, s'il existe, doit apparaître sur les enregistrements amplitude-temps décrits au paragraphe 1.1. L'observation, sur ces enregistrements, de figures pouvant être l'effet d'un battement, est effectivement possible. Sans être systématique, une telle observation est cependant assez fréquente ; elle est d'autre part limitée, pour f_N , à $f_N > f_H$ et, pour f_T à $f_T < 2 f_H$.

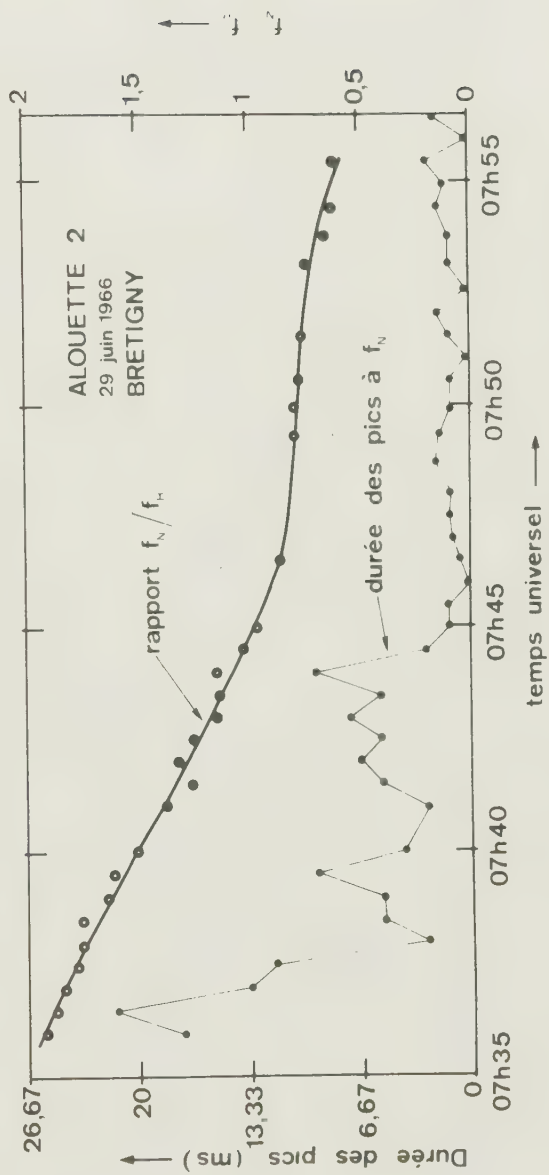
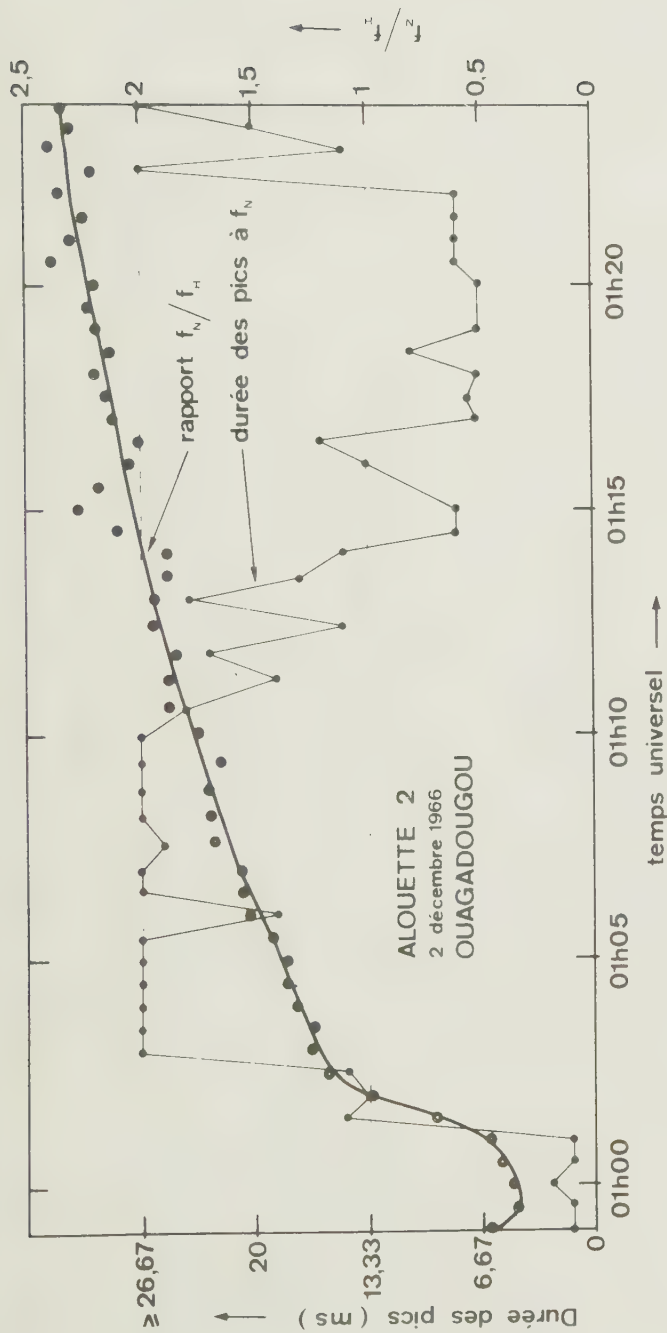


FIGURE 22

Exemples montrant la diminution du signal reçu à f_N lorsque le rapport f_N / f_H devient inférieur à l'unité

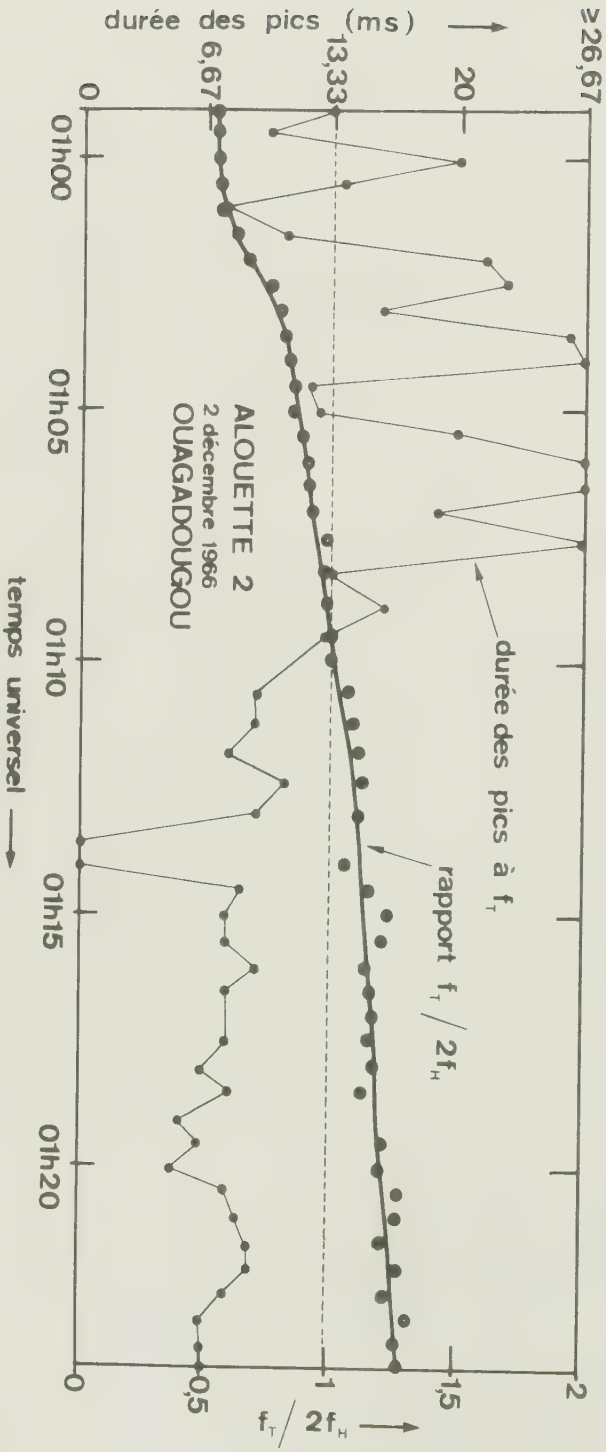
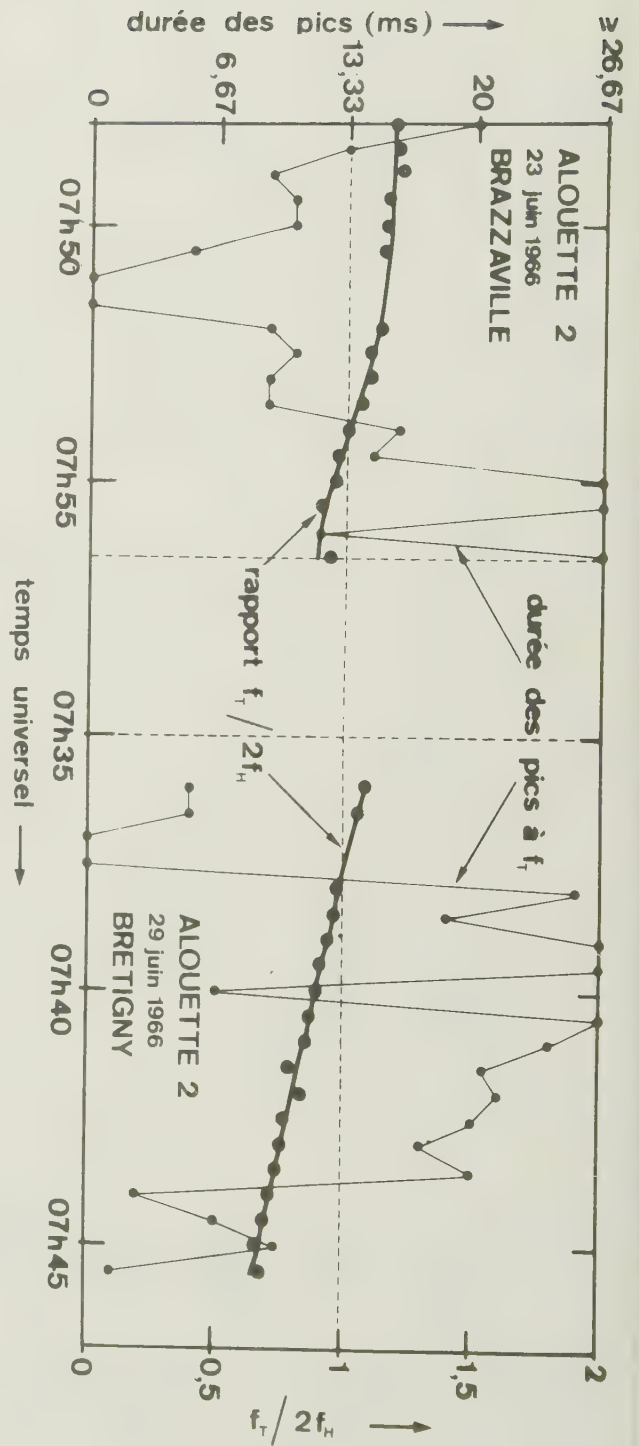
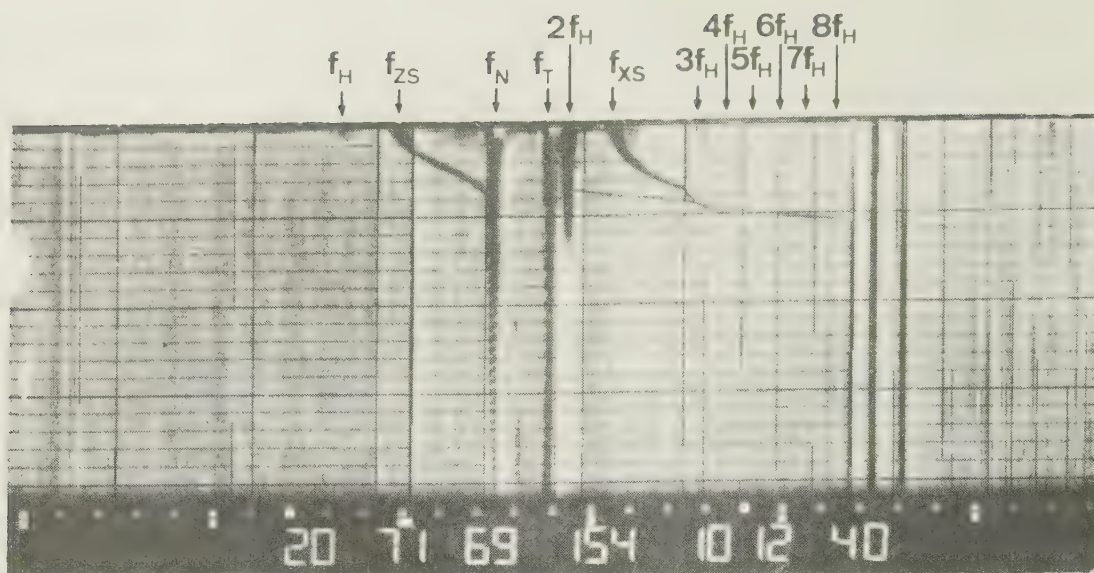


FIGURE 23

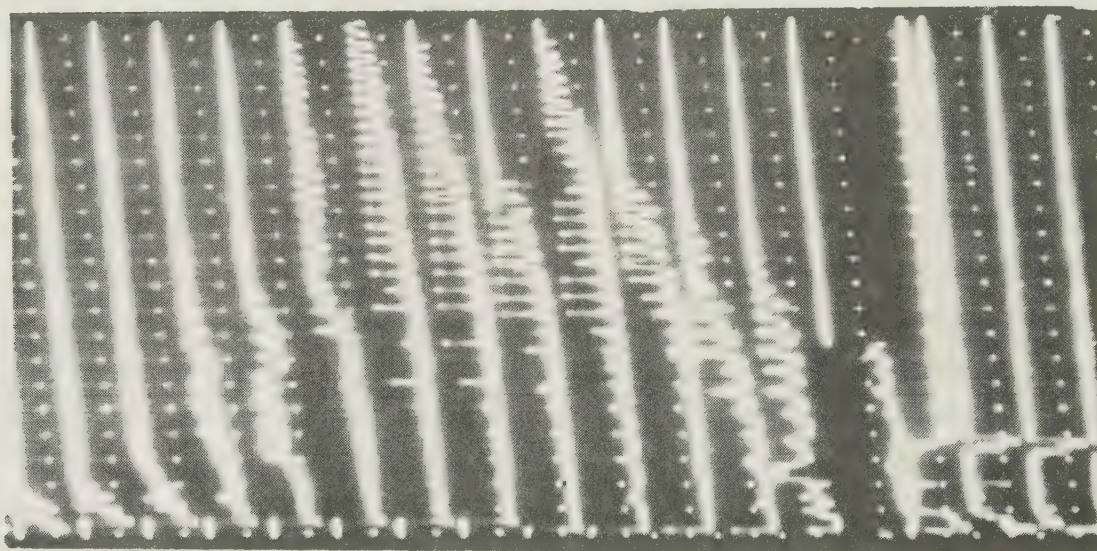
Exemples montrant la diminution du signal reçu à f_T lorsque le rapport $f_T / 2f_H$ devient supérieur à 1 unité

Il arrive même que l'effet précédent soit visible, sous forme de franges, sur les ionogrammes classiques. Rappelons que c'est l'observation de telles franges (ou "modulations") sur les ionogrammes (cf. paragraphe 1.2.3) qui a suggéré à Mc AFEE l'hypothèse des échos obliques. Les franges vont en se resserrant au fur et à mesure que le temps de réception s'écoule ; cet effet, qui est directement visible sur les ionogrammes modulés, est en accord qualitatif avec les formules (4-31) et (5-27), qui prévoient la croissance des fréquences de battement en fonction du temps. La figure 24 (pic de résonance à f_N) et la figure 25 (pic à f_T), qui présentent des pics de résonance modulés, à la fois sous l'aspect ionogramme classique et sous l'aspect enregistrement amplitude-temps, illustrent ce qui précède. Ces figures sont tirées d'ionogrammes sélectionnée au CNET par FELDSTEIN.

Une sélection des ionogrammes des satellites sondeurs en contre-haut permet d'isoler ceux sur lesquels l'aspect modulé reste le plus longtemps net et non mélangé à d'autres effets. Ces ionogrammes donnent lieu à une mesure assez précise d'une "fréquence de battement expérimentale" en fonction du temps de réception. Cette fréquence de battement expérimentale peut être confrontée à une fréquence de battement théorique. Une telle confrontation, s'appuyant sur les études théoriques antérieures basées sur le tracé de rayons, a été réalisée sur un cas par WARNOCK, Mc AFEE et THOMPSON (1970), qui affirment avoir ainsi mesuré une température électronique de $4\ 500^\circ\text{K}$ avec une incertitude de $\pm 300^\circ\text{K}$. WARNOCK, Mc AFEE et THOMPSON n'ont pas traité d'autres cas que celui qu'ils ont présenté dans l'article que nous venons de citer. La lourdeur de la mise en oeuvre du tracé de rayon aux fins d'une telle évaluation de T s'est opposée au traitement de nombreux et a été commentée au paragraphe 1.3.3. Une solution beaucoup plus simple consiste à mettre à profit, de la manière indiquée au paragraphe C.2.2, les calculs présentés dans cette thèse. Cette solution est adoptée par FELDSTEIN (1971) qui a traité 22 ionogrammes, répartis en une série de jour et une série de nuit, et qui en déduit des valeurs de température tout à fait raisonnables. La figure 26 présente les courbes théoriques correspondant à diverses valeurs de T et obtenues par application du schéma itératif du paragraphe 4.2.2.1 (chaque courbe est définie par 5 points ; chacun de ces points est obtenu au terme d'un calcul qui est réalisé en environ une seconde par l'ordinateur B.G.E. 635 du CNET). Sur la même figure sont portés les points expérimentaux obtenus par FELDSTEIN. Ce dernier note que les points expérimentaux viennent se placer sur des courbes qui présentent une allure oscillatoire par rapport à une variation moyenne monotone ; cette variation monotone s'accorde de manière satisfaisante avec les prévisions théoriques. Cependant



vue de l'ensemble de l'ionogramme

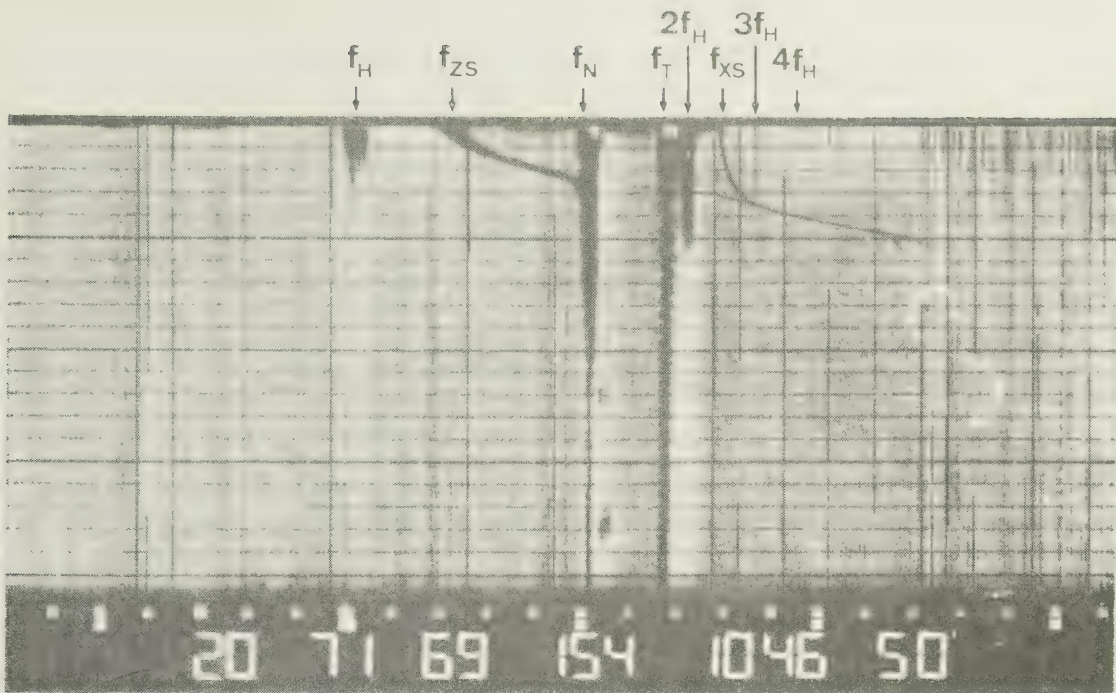


analyse fine du pic de résonance sur un enregistrement amplitude-temps

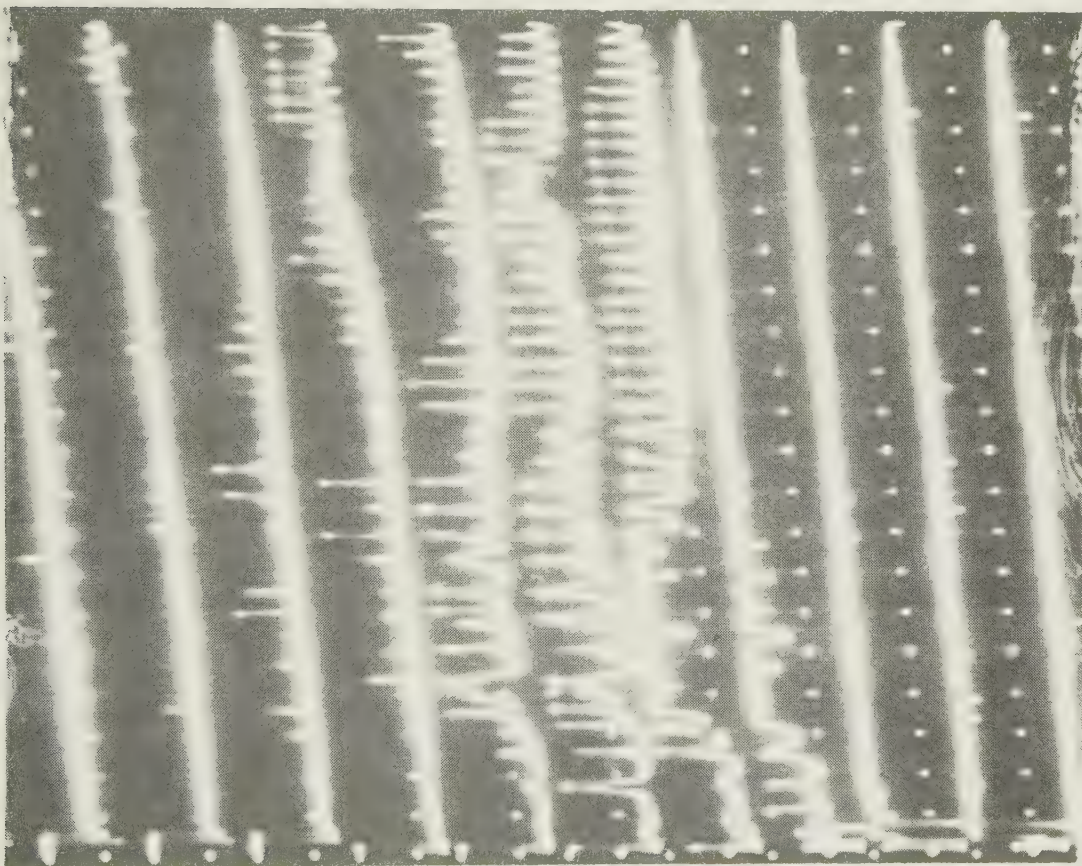
(Alouette 2, 3 juin 1969, BRETIGNY, 10 h 52 mn 42 s T.U.)

FIGURE 24

PIC DE RESONANCE MODULE A f_N



vue d'ensemble de l'ionogramme



analyse fine du pic de résonance sur un enregistrement amplitude-temps

(Alouette 2, 3 juin 1969, BRETIGNY, 10 h 45 mn 57 s T.U.)

FIGURE 25

PIC DE RESONANCE MODULE A f_T

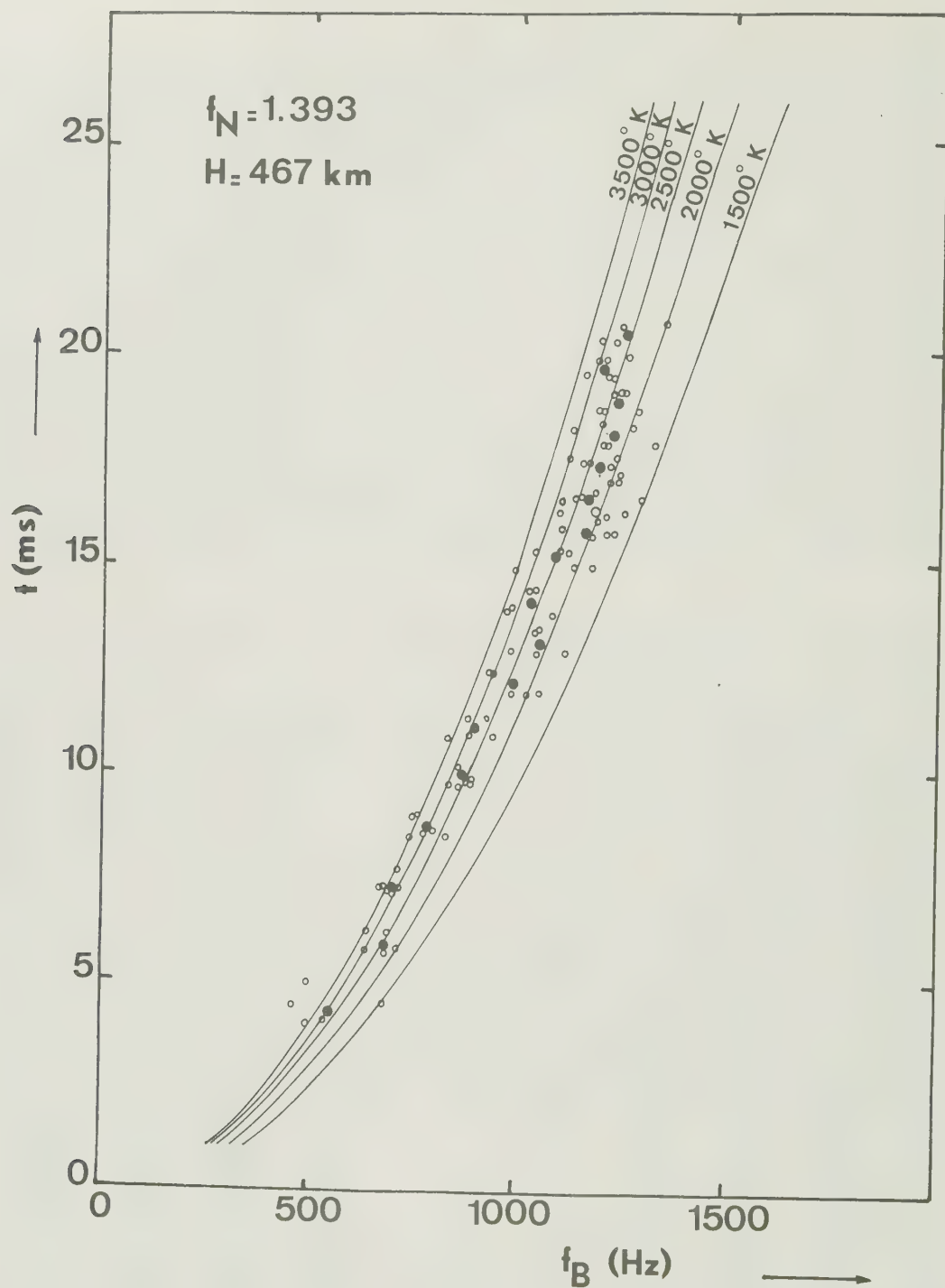
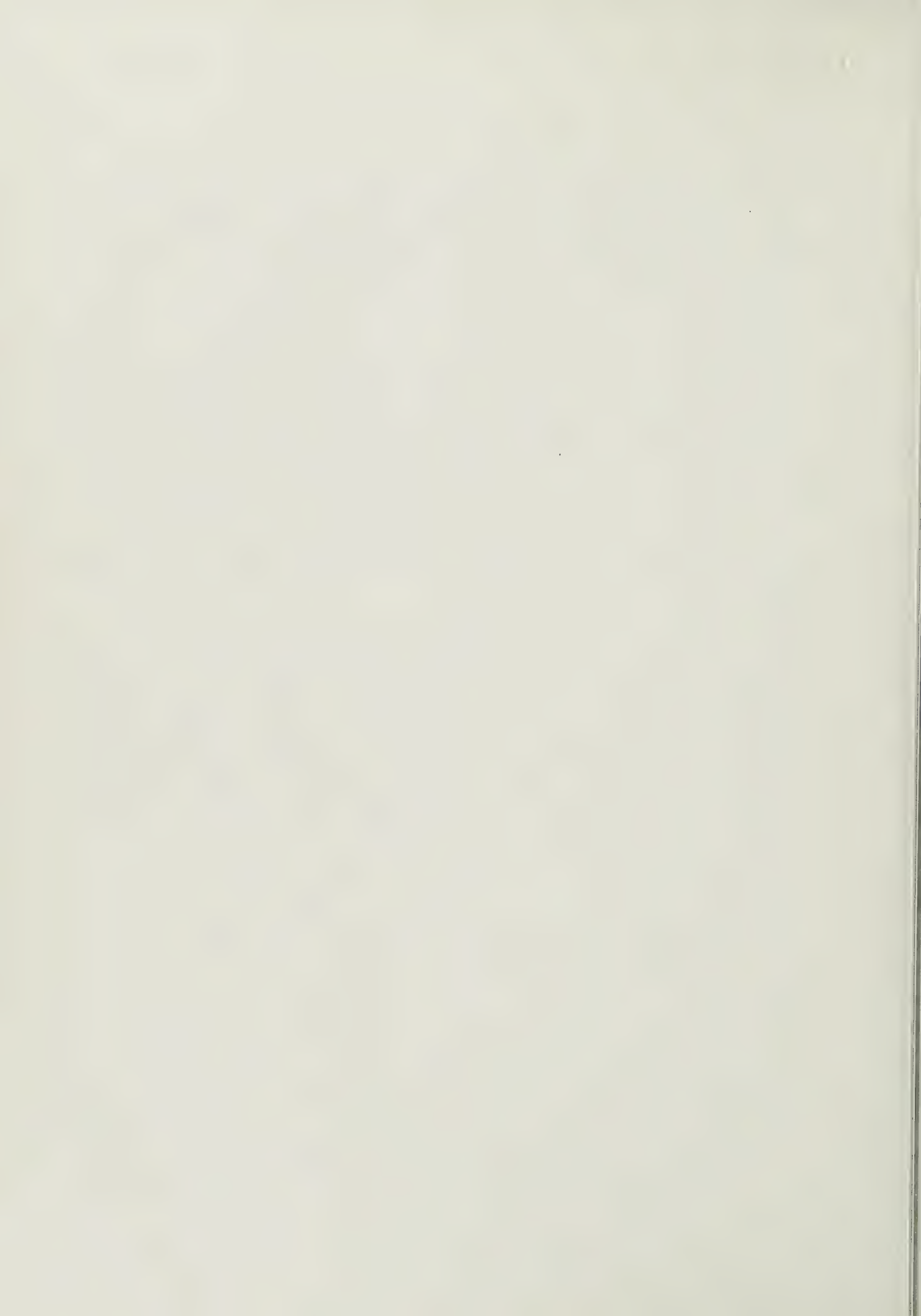


FIGURE 26

COMPARAISON DES PREVISIONS THEORIQUES AVEC LES RESULTATS EXPERIMENTAUX
 (pic à f_N ; Alouette 2, 3 juin 1969, BRETIGNY, 10 h 51 mn 37 s T.U.)

la théorie n'explique pas l'oscillation précédente qui, du point de vue expérimental, peut être éliminée, du moins partiellement, en faisant une moyenne sur le dépouillement de plusieurs enregistrements amplitude-temps qui constituent une suite de sondages élémentaires correspondant au même pic de résonance. Une telle moyenne est justifiée si elle accomplit un effacement par intégration de l'effet des oscillations précédentes. Ce peut être le cas si ces oscillations sont imputables à des inhomogénéités variables dans le temps (cf. paragraphe 2.4). La valeur raisonnable des températures électroniques ainsi déterminée est un argument en faveur du bien fondé de la théorie des échos obliques ; la précision sur l'évaluation de T est d'environ 20 % par FELDSTEIN, qui est un peu plus pessimiste que WARNOCK, Mc AFEE et THOMPSON. Cette précision n'est pas excellente, elle est cependant encourageante si on considère que les enregistrements des satellites Alouette et ISIS ne peuvent qu'opérer une restitution partielle des informations relatives aux échos obliques (en particulier, on ne peut remonter aux fréquences individuelles de chacun des échos).

Les sondeurs à relaxation embarqués sur les fusées EIDI 1 et 2 (tableau 1) ont été conçus de manière à rendre possible une restitution plus complète des signaux résonnants. A partir des enregistrements obtenus au cours des expériences EIDI, HIGEL (1971) réalise une analyse spectrale de ces signaux. Le dépouillement en est à son début et est rendu assez délicat par la faible durée de la période de réception de ces sondeurs (2 ms) ; cette durée est nettement accrue sur le projet EIDI 3.



R E M E R C I E M E N T S

Je remercie Monsieur DELCROIX et Monsieur QUEMADA d'avoir porté une attention bienveillante à mon travail, et d'avoir été pour moi d'excellents initiateurs à la physique des plasmas. A ces professeurs sont associés tous les enseignants de physique des milieux ionisés, auxquels j'exprime ici ma gratitude.

Auteur de bien d'autres travaux de valeur, Monsieur DOUGHERTY a apporté une contribution importante à la théorie qui a servi de base à cette thèse. Je le remercie de l'intérêt qu'il a bien voulu accorder à mes études.

Que Monsieur PETIT, qui a dirigé mes travaux, trouve ici l'expression de ma reconnaissance : j'ai trouvé en lui un guide très sûr qui, avec une rigueur n'excluant jamais la bonne humeur, s'est attaché à analyser en profondeur mon travail et à m'aider à en dégager le sens physique.

Je remercie Monsieur le Directeur du Centre National d'Etudes des Télécommunications et Monsieur l'Ingénieur Général THUE de m'avoir accueilli au sein de cet organisme. J'exprime ma gratitude à Monsieur REYSSAT, Chef du Département R.S.R., auprès duquel j'ai trouvé une censure sévère et profitable. J'adresse mes remerciements à Monsieur DU CASTEL, conseiller scientifique, dont la confiance a été pour moi un précieux encouragement dès mon entrée au C.N.E.T.

Il m'est agréable de remercier tous les chercheurs du C.N.E.T. qui ont travaillé avec moi à la compréhension des phénomènes dont l'interprétation est l'objet de cette thèse, et plus particulièrement Monsieur MEYER, Monsieur AUBRY, Monsieur BITOUN, Monsieur FELDSTEIN et Monsieur HIGEL.

J'exprime ma gratitude aux chercheurs d'autres laboratoires avec qui j'ai pu bénéficier de discussions fructueuses, en particulier à Monsieur FEJER et Monsieur YU (Université de Californie, San Diego) à Madame GOE, à Monsieur CALVERT et

Monsieur Mc AFEE (N.O.O.A., Boulder, Colorado), à Monsieur MANGENEY, Monsieur LAFON Monsieur de PAZZIS et à leurs collègues (Observatoire de Meudon), à Monsieur BENSON (G.S.F.C., Greenbelt, Maryland), à Monsieur MULDREW et à ses collègues (C.R.C., Ottawa, Canada).

Mes remerciements s'adressent également à ceux - secrétaires, bibliothécaires, personnel du service de reprographie et du centre de calcul - qui s'accommodant d'exigences parfois excessives, ont mis en oeuvre les moyens sans lesquels ce travail n'aurait pas vu le jour.

J'ai accompli ce travail au titre d'Attaché de Recherche au C.N.R.S. ; les études menées au C.N.E.T. sur les sondeurs à relaxation sont soutenues financièrement par le C.N.E.S. Les satellites sondeurs en contre-haut sont sous la responsabilité du groupe international ISIS (International Satellites for Ionospheric Studies) qui a été créé sous l'impulsion de la Defence Research Board (Canada) et de la N.A.S.A. (Etats-Unis), et dont le correspondant pour la France est C. TAIEB.

BIBLIOGRAPHIE

AUBRY M., J. BITOUN, Ph. GRAFF

Propagation and group velocity in a warm magnetoplasma
Radio Sci., 5, 635-645, (1970)

BALMAIN K.G.

The impedance of a short dipole antenna in a magneto-plasma
IEEE Trans. Antennas Propagation, 12, 605-617, (1964)

BANKS P.M.

Collision frequencies and energy transfer
Planet. Space Sci., 14, 1085-1103, (1966)

BEARD D.B., F.S. JOHNSON

Charge and magnetic field interactions with satellites
J. Geophys. Res., 65, 1-8, (1960)

BENSON R.F.

Alouette 2 observations supporting the oblique echo model for the
plasma frequency resonance
J. Geophys. Res., 76, 1083-1087, (1971)

BERNSTEIN I.B.

Waves in a plasma in a magnetic field
Phys. Rev. , 109, 10-21, (1958)

BITOUN J., PH. GRAFF, M. AUBRY

Ray tracing in warm magnetoplasma and applications to topside
resonances
Radio Sci., 5, 1341-1349, (1970)

BREMMER H.

The WKB approximation as the first term of a geometric-optical series
pp. 169-179 in the Theory of electromagnetic waves, A symposium,
Interscience Publishers Inc., New-York, (1951)

BUDDEN K. G.

Radio waves in the ionosphere
Cambridge University Press, (1966)

CALVERT W., G.B. GOE

Plasma resonances in the upper ionosphere
J. Geophys. Res., 68, 6113-6120, (1963)

CALVERT W.

Observations of ionospheric irregularities and plasma resonances by
the fixed-frequency topside sounder satellite
Communication au NATO Advanced Study Institute, Finse, Norvège (1965)
pp. 280-298 in Electron density profiles in ionosphere and exosphere,
North Holland Publishing Company, Amsterdam, (1966).

CALVERT W., T.E. VAN ZANDT

Fixed-frequency observations of plasma resonances in the topside
ionosphere
J. Geophys. Res., 71, 1799-1813, (1966)

CALVERT W., J.R. Mc AFEE

Topside-sounder resonances
Proc. IEEE, 57, 1089-1096, (1969)

CHEN K.M.

Interaction of a radiating source with a plasma
Proc. IEE (London), 111, 1668-1678, (1964)

DAWSON J., C. OBERMAN

Effect of ion correlations on high-frequency plasma conductivity
Phys. Fluids, 6, 394-397, (1963)

DEERING W.D., J.A. FEJER

Excitation of plasma resonances by a small pulsed dipole
Phys. Fluids, 8, 2066-2079, (1965)

DNESTROVSKII Y. N., D. P. KOSTOMAROV

The dispersion equation for an ordinary wave moving in a plasma
perpendicular to an external magnetic field
Soviet Phys. JETP, 13, 986-990, (1961)

DNESTROVSKII Y. N., D.P. KOSTOMAROV

The dispersion equation for an extraordinary wave moving in a
plasma across an external magnetic field
Soviet Phys. JETP, 14, 1089-1095, (1962)

DOUGHERTY J. P., J.J. MONAGHAN

Theory of resonances observed in ionograms taken by sounders above
the ionosphere
Proc. Roy. Soc. London, A 289, 214-234, (1966)

DRIANCOURT G.

Théorie du comportement, dans l'ionosphère, d'antennes dipôles élec-
triques utilisées pour la réception d'ondes T.B.F.
Thèse 3e cycle, Paris, (1964)

DURAND E.

Solutions numériques des équations algébriques
2 tomes, Masson, Paris (1960)

FEJER J.A., W. CALVERT

Resonance effects of electrostatic oscillations in the ionosphere
J. Geophys. Res., 69, 5049 - 5062, (1964)

FEJER J.A., W.M. YU

The growth and decay of resonant plasma oscillations excited by a
small pulsed dipole
J. Plasma Phys., 3, 227-241, (1969)

FEJER J.A., W.M. YU

Excitation of plasma resonances by a small pulsed dipole in a
weakly inhomogeneous plasma
J. Geophys. Res., 75, 1919-1925, (1970)

FELDSTEIN R.

Thèse 3è cycle en préparation (1971). Voir aussi FELDSTEIN, GRAFF et HIGEL.

FELDSTEIN R., Ph. GRAFF, B. HIGEL.

Intepretation des pics de résonances excités dans l'ionosphère à la
fréquence de plasma et à la fréquence hybride haute. Journal de
physique A paraître (1971).

FLORIDA C.D.

The development of a series of ionospheric satellites
Proc. IEEE, 57, 867-875, (1969)

FRANKLIN C.A., M.A. Mc LEAN

The desing of swept-frequency topside sounders
Proc. IEEE, 57, 897-929, (1969)

FREDERICKS R. W.

Structure of the Bernstein modes for large values of the plas-
ma parameters. J. Plasma Phys., 2, 197-206, (1968 a).

FREDERICKS R. W.

Structure of generalized ion Bernstein modes from the full electromagnetic dispersion relation

J. Plasma Phys., 2, 365-380, (1968 b)

GRAFF Ph.

Influence de la gyrofréquence protonique sur la résonance d'une antenne à la fréquence du plasma électronique

C.R. Acad. Sci. Paris, 265, 618-620, (1967 a)

GRAFF Ph.

Etude des oscillations transitoires dans un plasma isotrope excité par une antenne

Ann. Géophys., 23, 495-510, (1967 b)

GRAFF Ph.

On the transient response of an antenna and the time decrease of Alouette spikes, pp. 165-168 in Proceedings of the Conference on Environmental Effects on Antenna Performance

J.R. Wait, editor, Boulder (Colorado), (1969)

GRAFF Ph.

Analytical study of oblique echoes at the upper hybrid resonance

J. Geophys. Res., 75, 7193-7198, (1970)

GRAFF Ph.

General expression of the oblique echoes at the plasma resonance

J. Geophys. Res. 76, 1060-1064, (1971 a)

GRAFF Ph.

Study of the oscillations stimulated at the upper hybrid resonance by a pulsed dipole antenna in a weakly inhomogeneous plasma

J. Plasma Phys., 5, 427-439, (1971 b)

HAGG E.L.

Electron densities of $8-100 \text{ cm}^{-3}$ deduced from Alouette II high latitude ionograms.

Can. J. Phys., 45, 27-36, (1967)

HALLEN E.

Exact treatment of antenna current wave reflection at the end of a tube-shaped cylindrical antenna

IRE Trans. Antennas Propagation, 4, 479-491, (1956)

HARTZ T.R., R.E. BARRINGTON

Nonlinear plasma effects in the Alouette recordings

Proc. IEEE, 57, 1108-1113, (1969)

HEIKKILA W.J., N. EAKER, J.A. FEJER, K.R. TIPPLE, J. HUGILL, D.E. SCHNEIBLE, W. CALVERT

Comparison of several probe techniques for ionospheric electron concentration measurements

J. Geophys. Res., 73, 3511-3535, (1968)

HIGEL B.

First results on ionospheric plasma resonances from a relaxation sounding rocket experiment

en préparation (1971) ;voir aussi FELDSTEIN, GRAFF, HIGEL.

HWA R.C., V.L. TEPLITZ

Homology and Feynman integrals

W.A. Benjamin, New-York, (1966)

JOHNSTON T.W., J. NUTTALL

Cyclotron harmonic signals received by the Alouette topside sounder

J. Geophys. Res., 69, 2305-2314, (1964)

JUDSON H., K.M. CHEN

Measurement of antenna current distributions in a hot plasma
Proc. IEEE, 56, 753-754, (1968)

KING J.W., D.M. PREECE

Observations of proton gyro-effects in the topside ionosphere
J. Atmosph. Terr. Phys., 29, 1387-1390, (1967)

KNECHT R.W., T.E. VAN ZANDT, S. RUSSELL

First pulsed radio soundings of the topside of the ionosphere
J. Geophys. Res., 66, 3078-3081, (1961)

KUEHL H.H., G.E. STEWART, C. YEH

Wave propagation in hot plasma waveguide with infinite magnetostatic fields.
Phys. Fluids, 8, 723-729, (1965)

KUEHL H.H.

Computations of the resistance of a short antenna in a warm plasma
Radio Sci., 2, 73-76, (1967)

LAFRAMBOISE J.G.

University of Toronto UTIAS report n° 100, (1966)

LIGHTHILL M.J.

Studies of magnetohydrodynamic waves and other anisotropic wave notions
Phil. Trans. Roy. Soc. London, 252, 397-430, (1960)

LOCKWOOD G.E.K.

Plasma and cyclotron spike phenomena observed in top-side ionograms
Can. J. Phys., 41, 190-194, (1963)

Mc BRIDE J.B.

Collisional damping of plasma oscillations

Phys. Fluids, 12, 844-849, (1969)

Mc AFEE J.R.

Ray trajectories in an anisotropic plasma near plasma resonance

J. Geophys. Res., 73, 5577-5583, (1968)

Mc. AFEE J.R.

Topside resonances as oblique echoes

J. Geophys. Res., 74, 802-808, (1969 a)

Mc. AFEE J.R.

Topside ray trajectories near the upper hybrid resonance

J. Geophys. Res., 74, 6403-6408, (1969 b)

Mc. AFEE J.R.

Topside plasma frequency resonance below the cyclotron frequency

J. Geophys. Res., 75, 4287-4290, (1970)

MANNING R.T., J.L. STEINBERG, M. LECLERCQ, M. PETIT

Programme de l'expérience-fusée : mesure de l'impédance d'un dipôle
dans l'ionosphère ; annexe : sonde à relaxation

Note 46/DRAG/25/3/68, groupes d'astronomie spatiale, observatoire de
Meudon, (1968)

MATUURA N., R. NISHIZAKI

Proton cyclotron echoes in the topside ionosphere

J. Geophys. Res., 74, 5169-5172, (1969)

MERZBACHER E.

Quantum Mechanics

John Wiley & Sons, New-York, (1961)

MEYER P.

Linear antenna in anisotropic medium

pp. 136-138 in Proceedings of the Conference on Environmental Effects on Antenna Performance.

J.R. Wait, editor, Boulder (Colorado), (1969)

NELMS G.L., G.E.K. LOCKWOOD

Early results from the topside sounder in the Alouette II satellite

pp. 604-623 in Space Research VII, North Holland Publishing Company, Amsterdam, (1967).

NUTTALL J.

Singularities of the Green's function for a collisionless magneto-plasma Phys. Fluids, 8, 286-296 (1965 a)

NUTTALL J.

Theory of collective spikes observed by the Alouette topside sounder J. Geophys. Res. 70, 1119-1125, (1965 b)

OBERMAN C., A. RON, J. DAWSON

High-frequency conductivity of a fully ionized plasma

Phys. Fluids, 5, 1514-1522, (1962)

QUEMADA D.

Ondes dans les plasmas

Hermann, Paris, (1968)

RUBINSTEIN J., G. LAFRAMBOISE

Plasma sheath around a floating cylindrical antenna at high power.

Can. J. Phys., 48, 1882-1893, (1970)

SHKAROFSKY I.P., T.W. JOHNSTON, M.P. BACHYNSKI

The particle kinetics of plasmas

Addison-Wesley Publishing Company, Reading (Mass), (1966)

SHKAROFSKY I.P.

Higher order cyclotron harmonic resonances and their observation in the laboratory and in the ionosphere

J. Geophys. Res., 73, 4859-4867, (1963)

SITENKO K.G., K.N. STEPANOV

On the oscillation of an electron plasma in a magnetic field

Soviet Phys. JETP, 4, 512-520, (1957)

STARAS H.

The impedance of an electric dipole in a magnetoplasma

IEEE Trans. Antennas Propagation, 12, 695-702, (1964)

STIX T.H.

The theory of plasma waves

Mc Graw Hill Book Company, New-York, (1962)

STONE R.G., R.R. WEBER, J.K. ALEXANDER

Measurement of antenna impedance in the ionosphere - I Observing frequency below the electron gyrofrequency

Planet. Space Sci., 14, 631-640, (1966)

STURROCK P.A.

Dipole resonances in a homogeneous plasma in a magnetic field

Phys. Fluids, 8, 88-96, (1965)

VERNET N.

Comportement des antennes dans l'ionosphere Thèse 3è cycle Paris, 1966

WARNOCK J.M.,

Sideband structure observed by topside sounders
Proc. IEEE, 57, 1135-1139, (1969)

WARNOCK J.M., J.R. Mc AFEE, T.L. THOMPSON

Electron temperature from topside plasma resonance observations
J. Geophys. Res. , 75, 7272-7275, (1970)

WARREN E.S., E.L. HAGG

Observation of electrostatic resonances of the ionospheric plasma
Nature, 220, 466-468, (1968)

WEIL H., G.A. DESCHAMPS

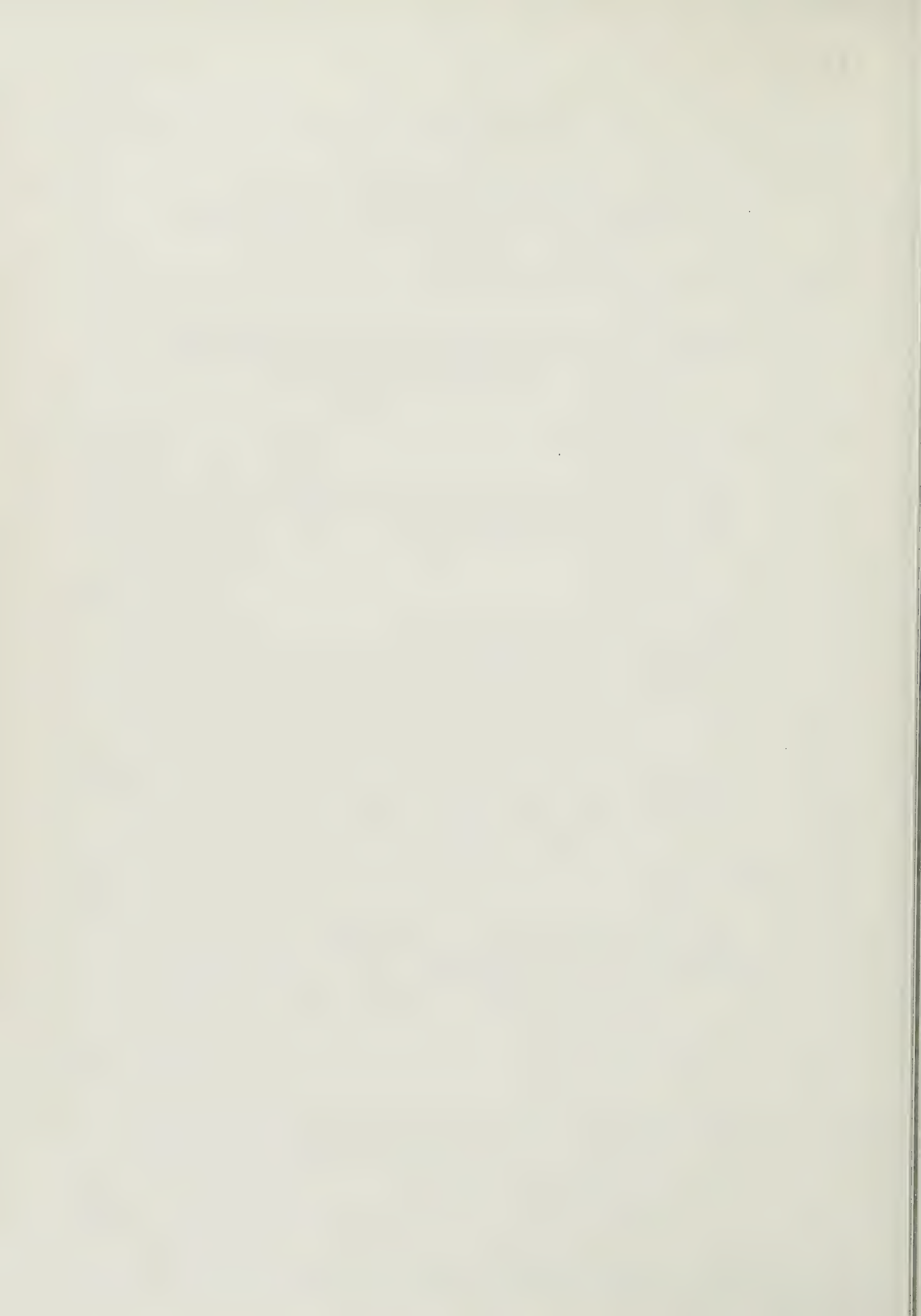
Les antennes dans les plasmas
2 tomes, rapport LP 52, faculté des sciences, Orsay, (1966)

WHALE H.A.

The excitation of electroacoustic waves by antennas in the ionosphere
J. Geophys. Res., 68, 415-422, (1963)

WUNSCH A.D.

The finite tubular antenna in a warm plasma
Radio Sci., 3, 901-919, (1968).



ANNEXE 1 - CHAMP ELECTRIQUE EMIS PAR UNE ANTENNE DANS UN PLASMA HOMOGENE

A.1 Expression du champ en fonction de la distribution de courant
de l'antenne par la méthode des transformées de FOURIER.

A.2 Définition de la fonction de GREEN.

A.3 Singularités de la fonction de GREEN.

A.4 Problème fondamental de l'antenne.

A.5 Formes particulières de la fonction de GREEN.

A.5.1 Expression du dénominateur en théorie adiabatique complète

A.5.2 Expression du numérateur pour les ondes d'indice élevé

A.1. Expression du champ en fonction de la distribution de courant de l'antenne par la méthode des transformations de FOURIER.

L'antenne est parfaitement définie, du point de vue du champ qu'elle émet dans l'espace, par la distribution de densité de courant $\vec{J}(\vec{r}, t)$. Si le milieu de propagation peut être supposé homogène malgré la présence de l'antenne et si ce même milieu peut être caractérisé par un tenseur diélectrique $\vec{\epsilon}(\vec{k}, \omega) = \epsilon_0 \vec{K}(\vec{k}, \omega)$, on peut écrire, après transformation de FOURIER des équations de MAXWELL et élimination du champ magnétique des ondes émises :

$$\vec{k} \times \vec{k} \times \vec{E} + \frac{\omega^2}{c^2} \vec{K} \cdot \vec{E} = -i\omega \mu_0 \vec{J}(\vec{k}, \omega) \quad (A-1)$$

$$\vec{W}(\vec{k}, \omega) \cdot \vec{E}(\vec{k}, \omega) = \vec{J}(\vec{k}, \omega) \quad (A-2)$$

$$\text{avec } W_{ij} = -\frac{1}{i\omega\mu_0} (k_i k_j - k^2 \delta_{ij} - \frac{\omega^2}{c^2} K_{ij}) \quad (A-3)$$

ce qui s'inverse formellement en

$$\vec{E}(\vec{k}, \omega) = \vec{W}^{-1}(\vec{k}, \omega) \cdot \vec{J}(\vec{k}, \omega) \quad (A-4)$$

(A-3) montre que $\vec{W}^{-1}$ est de la forme

$$\vec{W}^{-1} = \vec{N}(\vec{k}, \omega) / D(\vec{k}, \omega) \quad (A-5)$$

où

$$D(\vec{k}, \omega) = \det(k_i k_j - k^2 \delta_{ij} - \frac{\omega^2}{c^2} K_{ij}) \quad (A-6)$$

est la relation de dispersion du plasma. Lorsqu'à partir de (A-4) on veut calculer le champ $\vec{E}(\vec{r}, t)$ en inversant la transformée de FOURIER

$$E_i(\vec{r}, t) = (2\pi)^{-4} \int \frac{N_{ij}(\vec{k}, \omega) J_j(\vec{k}, \omega)}{D(\vec{k}, \omega)} e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} d\omega dk \quad (A-7)$$

une difficulté classique se produit : les ondes caractéristiques non amorties du plasma, c'est à dire les ensembles $\{\omega, \vec{k}\}$ réels tels que $D(\omega, \vec{k}) = 0$, sont des pôles de l'intégrant de (A-7). Ces pôles se trouvent sur le trajet d'intégration, ce qui constitue un obstacle au calcul de l'intégrale. Une théorie correcte, définissant $\vec{W}^{-1}(\vec{k}, \omega)$ au sens des distributions, donne, au lieu de (A-4) :

$$E_i(\vec{k}, \omega) = P(W_{ij}^{-1}) J_j(\vec{k}, \omega) + F_i(\vec{k}, \omega) \delta(D) \quad (A-8)$$

où P est la partie principale de CAUCHY et $F_i(\vec{k}, \omega) \delta(D)$ une distribution quelconque concentrée sur la surface d'indices, d'équation $D(\vec{k}, \omega) = 0$ (F_i est une fonction arbitraire). L'application de la fonctionnelle (A-8) à la fonction test $(2\pi)^{-4} e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$ donne $E_i(\vec{r}, t)$ sous forme de la somme de deux termes $E_{i1}(\vec{r}, t)$ et $E_{i2}(\vec{r}, t)$:

$$E_{i1}(\vec{r}, t) = P(2\pi)^{-4} \int \frac{N_{ij}(\vec{k}, \omega) J_j(\vec{k}, \omega)}{D(\vec{k}, \omega)} e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} d\omega d\vec{k} \quad (A-9)$$

est la partie principale de CAUCHY de l'intégrale (A-7) et $E_{i2}(\vec{r}, t)$ est une somme quelconque d'ondes caractéristiques du plasma (transformée de FOURIER inverse de $F_i(\vec{k}, \omega) \delta(D)$). Cela signifie que, $\vec{E}(\vec{r}, t)$ étant une solution du problème, si on lui ajoute une onde quelconque vérifiant l'équation de dispersion on obtient une autre solution, ce qui est évident du point de vue physique.

Dans les applications pratiques que nous avons en vue, la solution à laquelle nous nous intéressons est celle qui donne un champ nul à tous les instants antérieurs à l'allumage de l'antenne. Cette condition est la condition de rayonnement (LIGHTHILL, 1960). (A-8) ne représente une infinité de solutions que si le milieu supporte des ondes caractéristiques ni amorties, ni croissantes. Dans le cas contraire, le long des axes réels, D n'aurait pas de racines, $\delta(D)$ serait identiquement nul et $P(\vec{W}^{-1})$ serait confondu avec $\vec{W}^{-1}$ qui existerait en tant que fonction continue des variables $\vec{k}, \omega$. Supposons donc le milieu tel que, pour ω_0, k_{y0}, k_{z0} donnés, k_{x0} (réel) soit racine simple de D en k_x . Alors l'intégrale

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{N_{ij}(\vec{k}, \omega) J_j(\vec{k}, \omega) e^{ik_x x}}{D(\vec{k}, \omega)} dk_x \quad (A-10)$$

est singulière à cause du pôle k_{x0} situé sur l'axe réel k_x qui est l'un des trajets d'intégration. Ecrivons l'intégrant au sens des distributions (A-8) et en ne tenant compte que de la variable k_x ; l'intégrale devient alors :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{N_{ij}(k_x) J_j(k_x) e^{ik_x x}}{D(k_x)} dk_x + \int F_i(k_x) \delta[D(k_x)] e^{ik_x x} dk_x \\ &= \frac{1}{2\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{N_{ij}(k_x) J_j(k_x) e^{ik_x x}}{D(k_x)} dk_x + \frac{F_i(k_{x0}) e^{ik_{x0} x}}{\left[\frac{\partial D(k_x)}{\partial k_x} \right]_{k_x = k_{x0}}} \end{aligned} \quad (A-11)$$

L'application de la condition de rayonnement revient à chercher les valeurs de la constante $F_i(k_{xo})$ correspondant à la solution donnant un champ nul avant l'allumage de l'antenne. Cela peut se faire (cf. Lighthill, 1960) en prenant, pour (A-11), l'expression obtenue en considérant le milieu comme limite d'un milieu supportant des ondes faiblement amorties. Dans un tel milieu (figure A-11) la racine k_{xo} est complexe et l'intégrale le long de l'axe réel n'est pas singulière. Quand k_{xo} tend vers l'axe réel, la limite de cette intégrale est l'intégrale le long d

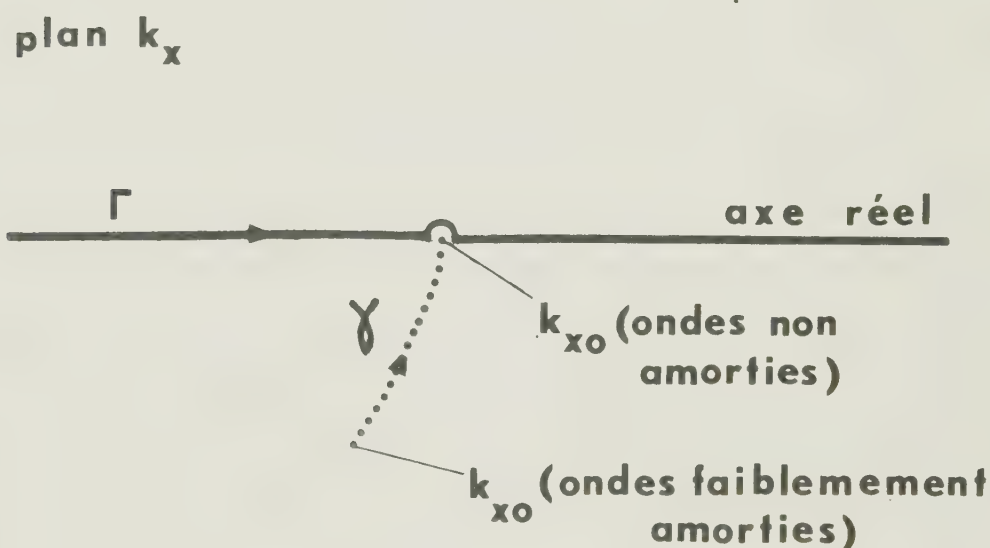


FIGURE A 1

CALCUL DU TENSEUR DE GREEN

Contour d'intégration dans le plan complexe k_x

contour Γ , qui est l'axe réel, indenté de manière à ne pas couper le trajet γ de la racine k_{x0} . L'expression de cette limite est :

$$\frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma} \frac{N_{ij}(k_x) J_j(k_x) e^{ik_x x}}{D(k_x)} dk_x = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{N_{ij}(k_x) J_j(k_x) e^{ik_x x}}{D(k_x)} dk_x + \epsilon_{x0} i \frac{N_{ij}(k_{x0}) J_j(k_{x0}) e^{ik_{x0} x}}{\left[\frac{\partial D(k_x)}{\partial k_x} \right]_{k_x = k_{x0}}} \quad (A-12)$$

$\epsilon_{x0} = -1$ si γ aboutit à l'axe réel par le demi-plan $\text{Im}(k_x) < 0$, $\epsilon_{x0} = +1$ dans le cas contraire. En identifiant (A-12) et (A-11), on voit qu'on a bien fait choix d'une valeur particulière de la constante $F_i(k_{x0})$: l'intégrale (A-10) a été régularisée ; le procédé de régularisation est défini par le contournement des pôles décrits ci-dessus. Il existe d'autres interprétations analytiques de la condition de rayonnement, celle que nous venons de décrire suffit aux besoins du présent travail.

A.2. Définition de la fonction de GREEN.

La fonction de GREEN utilisée dans ce travail est un intermédiaire approprié au calcul du champ électrique $\vec{E}(\vec{r}, t)$, produit dans l'espace, par la distribution de courant de l'antenne. Elle a la forme d'un tenseur $\vec{G}(\vec{r}, \omega)$ et est définie par l'expression

$$G_{ij}(\vec{r}, \omega) = (2\pi)^{-3} \iiint \frac{N_{ij}(\vec{k}, \omega) e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}}{D(\vec{k}, \omega)} d\vec{k} \quad (A-13)$$

L'intégrale, dans l'expression précédente, est régularisée, comme vu ci-dessus, par la condition de rayonnement ; cette régularisation est sous-entendue dans la suite et dans le texte principal ; il en est de même pour les fonctions de l'espace FOURIER, dont on sous-entend qu'elles sont des distributions régularisées au sens précédent. On a donc

$$\vec{G}(\vec{k}, \omega) = \vec{W}^{-1}(\vec{k}, \omega) \quad (A-14)$$

et

$$E_i(\vec{k}, \omega) = G_{ij}(\vec{k}, \omega) J_j(\vec{k}, \omega) \quad (A-15)$$

D'où, d'après le théorème sur la convolution dans les transformations de FOURIER.

$$E_i(\vec{r}, \omega) = \iiint G_{ij}(\vec{r} - \vec{r}', \omega) J_j(\vec{r}', \omega) d\vec{r}' \quad (A-16)$$

qui précise l'utilisation de la fonction de GREEN $\vec{G}$ en tant qu'intermédiaire dans le calcul du champ électrique.

Dans le cas d'une distribution de courant de la forme

$$\vec{J}(\vec{r}, t) = \delta(\vec{r}) f(t) \vec{u} \quad (\text{A-17})$$

la relation (A-16) se simplifie en

$$E_i(\vec{r}, \omega) = G_{ij}(\vec{r}, \omega) f(\omega) u_j \quad (\text{A-18})$$

dont il est tiré parti dans le texte principal.

A.3. Singularités de la fonction de GREEN.

Lorsqu'en $\omega_0, k_{x0}, k_{y0}, k_{z0}$, on a $\partial D / \partial k_x = 0$, l'expression régularisée (A-12) n'a pas de sens. HWA et TEPLITZ (1966) étudient les singularités des intégrales de FEYNMANN qui, comme la fonction de GREEN (A-13), résultent d'intégrations multiples. Ils montrent que, si $\partial D / \partial k_x = 0$, le processus de régularisation de LIDTHILL, décrit plus haut, aboutit au pincement du contour d'intégration entre deux pôles de l'intégrant ; une singularité subsiste donc après l'intégration en k_x ; plus précisément, pour les valeurs k_{y0}, k_{z0}, ω_0 des variables k_y, k_z, ω , la fonction $\vec{G}(\vec{r}, k_y, k_z, \omega)$ possède, pour tout $\vec{r}$, un point de branchement. En appliquant le même raisonnement aux trois intégrations successives par rapport aux trois variables k_x, k_y, k_z , on obtient la condition de pincement simple :

$$\left. \begin{aligned} D(k_x, k_y, k_z, \omega) &= 0 \\ \frac{\partial D}{\partial k_x} &= \frac{\partial D}{\partial k_y} = \frac{\partial D}{\partial k_z} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A - 19})$$

$(\omega_0, \vec{k}_0)$ étant une solution de ce système, deux résultats nous intéressent : d'une part, ω_0 est, pour tout $\vec{r}$, point de branchement de $\vec{G}(\vec{r}, \omega)$; d'autre part, sous réserve que $\left(\frac{\partial D}{\partial \omega} \right)_{\omega_0, \vec{k}_0} \neq 0$, la vitesse de groupe

$$\vec{V}_g = \frac{\partial \omega}{\partial \vec{k}} = - \frac{\partial D / \partial \vec{k}}{\partial D / \partial \omega}$$

s'annule pour $\omega = \omega_0$ et $\vec{k} = \vec{k}_0$. Il ne faut pas oublier que (A - 19) ne définit pas toutes les singularités de $\vec{G}(\vec{r}, \omega)$; le champ électrique $\vec{E}(\vec{r}, \omega)$ (A-18) peut avoir des singularités provenant de $f(\omega)$ ou de $N_{ij}(\vec{r}, \omega)$. (A-19) définit les singularités liées à l'annulation de la vitesse de groupe. Moyennant des précautions mathématiques (cf. HWA et TEPLITZ), on peut traiter les cas où, en $\vec{k}_0$, une ou plusieurs composantes de $\vec{k}$ s'annulent ; l'intégration par rapport à la ou les variables correspondantes entraîne une singularité de type bord (end-point) et non de type de pincement.

A.4. Problème fondamental de l'antenne.

Le problème fondamental de l'antenne, évoqué au chapitre 2, est le calcul de la distribution de courant source qui, du point de vue électromagnétique, définit complètement l'antenne. Si la description diélectrique du plasma est variable et si ce plasma est supposé homogène malgré la présence de l'antenne, on peut écrire les équations des paragraphes A.1. et A.2. donc utiliser (A-16). Si l'antenne est parfaitement conductrice, la distribution de courant $\vec{J}$ est concentrée à sa surface et la composante de champ électrique $\vec{E}_T$, tangente à cette surface, est nulle, sauf dans la zone où on injecte la d.d.p. d'alimentation, où le champ est connu. Dans un repère de coordonnées sur la surface de l'antenne, (A-16) donne un système de deux équations intégrales couplées à deux inconnues qui sont les composantes de $\vec{J}$. Dans le cas d'un dipôle cylindrique dans le vide, le problème a été résolu par HALLEN (1956); l'extension au magnétoplasma froid a été réalisée par MEYER (1969), qui utilise un formalisme mathématique fort complexe et discute certains aspects physiques mal connus, tels que l'influence des composantes azimutales de la densité de courant.

Le modèle précédent (plasma homogène et antenne parfaitement conductrice) est peu compatible avec une description microscopique du plasma chaud, car il aboutit à une représentation erronée des trajectoires des particules chargées du plasma dans le voisinage de l'antenne : l'antenne, par sa simple présence matérielle, perturbe ces trajectoires ; le milieu n'est donc plus homogène au voisinage de l'antenne, ce qui se traduit par la formation d'une gaine qu'il faut donc considérer à chaque fois qu'on travaille dans un domaine spectral $(\omega, \vec{k})$ qui met en jeu des effets de plasma chaud. La détermination de $\vec{J}(\vec{k}, \omega)$ dans le domaine des ondes de plasma entre dans ce cas et l'inexistence de solution disponible à ce problème entraîne pour nous une indétermination majeure dans le calcul de l'amplitude des ondes émises par l'antenne au voisinage des fréquences de plasma et hybride haute.

A.5 Formes particulières de la fonction de GREEN

A.5.1 Expression du dénominateur en théorie adiabatique complète

Le tenseur diélectrique, déduit de l'équation de VLASSOV et des équations de MAXWELL complètes, après développement au premier ordre en τ et négligence de l'amortissement LANDAU, s'écrit sous une forme classique (SITENKO et STEPANOV, 1957), qui est l'approximation adiabatique complète :

$$\vec{\vec{K}} = \vec{\vec{K}}^{(0)} + \tau \vec{\vec{K}}^{(1)}$$

où $\vec{\vec{K}}^{(0)}$ est le tenseur diélectrique du plasma froid :

$$\vec{\vec{K}}^{(0)} = \begin{vmatrix} 1 - \frac{X}{1-Y^2} & \frac{iXY}{1-Y^2} & 0 \\ -\frac{iXY}{1-Y^2} & 1 - \frac{X}{1-Y^2} & 0 \\ 0 & 0 & 1-X \end{vmatrix} \quad (A-20)$$

et $\vec{\vec{K}}^{(1)}$ exprime la correction de température et a pour éléments :

$$\left. \begin{aligned} K_{11}^{(1)} &= -\frac{X}{1-Y^2} \left[\frac{3\sin^2 \theta}{1-4Y^2} + \frac{1+3Y^2}{(1-Y^2)^2} \cos^2 \theta \right] \\ K_{22}^{(1)} &= -\frac{X}{1-Y^2} \left[\frac{1+8Y^2}{1-4Y^2} \sin^2 \theta + \frac{1+3Y^2}{(1-Y^2)^2} \cos^2 \theta \right] \\ K_{33}^{(1)} &= -X \left[3 \cos^2 \theta + \frac{\sin^2 \theta}{1-Y^2} \right] \\ K_{12}^{(1)} &= -K_{21}^{(1)} = i \frac{XY}{1-Y^2} \left[\frac{6\sin^2 \theta}{1-4Y^2} + \frac{3+Y^2}{(1-Y^2)^2} \cos^2 \theta \right] \\ K_{23}^{(1)} &= -K_{32}^{(1)} = -i \frac{XY}{(1-Y^2)^2} (3-Y^2) \sin \theta \cos \theta \\ K_{13}^{(1)} &= +K_{31}^{(1)} = -\frac{2X}{(1-Y^2)^2} \sin \theta \cos \theta \end{aligned} \right\} \quad (A-21)$$

L'application de (A-6) à ce tenseur diélectrique permet d'écrire la relation de dispersion de l'approximation adiabatique complète :

$$D = q\alpha_1 k^6 + (\alpha_0 + q\beta_1) \frac{k^4 \omega^2}{c^2} + (\beta_0 + q\gamma_1) \frac{k^2 \omega^4}{c^4} + \gamma_0 \frac{\omega^6}{c^6} \quad (A-22)$$

où $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$ sont les coefficients de l'équation de dispersion du plasma froid :

$$\left. \begin{aligned} \alpha_0 &= K_{11}^{(0)} \sin^2 \theta + K_{33}^{(0)} \cos^2 \theta \\ \beta_0 &= - \left[K_{11}^{(0)} K_{22}^{(0)} + (K_{12}^{(0)})^2 \right] \sin^2 \theta - K_{33}^{(0)} \left[K_{11}^{(0)} + K_{22}^{(0)} \cos^2 \theta \right] \\ \gamma_0 &= K_{33}^{(0)} \left[(K_{12}^{(0)})^2 + K_{11}^{(0)} K_{22}^{(0)} \right] \end{aligned} \right\} \quad (A-23)$$

et $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ contiennent l'effet de la température :

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= K_{11}^{(1)} \sin^2 \theta + K_{33}^{(1)} \cos^2 \theta + 2K_{13}^{(1)} \sin \theta \cos \theta \\ \beta_1 &= - \left[K_{11}^{(1)} K_{22}^{(0)} + K_{22}^{(1)} K_{11}^{(0)} + 2K_{12}^{(0)} K_{12}^{(1)} \right] \sin^2 \theta - K_{33}^{(1)} \left[K_{11}^{(0)} + K_{22}^{(0)} \cos^2 \theta \right] \\ &\quad - K_{33}^{(0)} \left[K_{11}^{(1)} + K_{22}^{(1)} \cos^2 \theta \right] + 2 \sin \theta \cos \theta \left[K_{12}^{(0)} K_{23}^{(1)} - K_{13}^{(1)} K_{22}^{(0)} \right] \\ \gamma_1 &= K_{33}^{(1)} \left[(K_{12}^{(0)})^2 + K_{11}^{(0)} K_{22}^{(0)} \right] + K_{33}^{(0)} \left[2K_{12}^{(0)} K_{12}^{(1)} + K_{11}^{(0)} K_{22}^{(1)} + K_{11}^{(1)} K_{22}^{(0)} \right] \end{aligned} \right\} \quad (A-24)$$

A.5.2 Expression du numérateur pour les ondes d'indice élevé

D'après (A-3), (A-5) et (A-14), le "numérateur" de la transformée de FOURIER spatiale de la fonction de GREEN est

$$N_{ij} = -i\omega\mu_0 M_{ji}$$

où M_{ij} est la matrice formée des mineurs de

$$k_i k_j - k^2 \delta_{ij} - \frac{\omega^2}{c^2} K_{ij}$$

Lorsque, dans cette expression, on néglige $\frac{\omega^2}{c^2} K_{ij}$ devant $k_i k_j - k^2 \delta_{ij}$, M_{ij} est simplement :

$$M_{ij} = k_i^2 k_j$$

ce qui donne :

$$N_{ij} = -i\omega\mu_0 k_i^2 k_j \quad (A-25)$$

L'approximation précédente correspond à des ondes d'indice de phase élevé, hypothèse dans laquelle nous nous plaçons dans le texte principal. Cette approximation permet d'utiliser, pour la méthode W.K.B., le formalisme du chapitre 3. Nous ne la discuterons pas davantage ici car elle n'entraîne d'erreurs que sur le calcul des amplitudes des ondes, ce qui n'est pas le but principal de notre travail.

ANNEXE 2 - DISCUSSION DE LA FORME APPROCHEE DES EQUATIONS DU COL

A.6 Généralités

A.7 Etude en mode plasma

A.8 Etude en mode hybride

A.6 Généralités

En mode plasma, la relation de dispersion approchée (4-3), d'où ont été déduites les équations du col, est obtenue à partir de (3-51) en considérant que, dans les formules de changement d'axes (4-2), $k_x \cot \gamma$ est négligeable devant $k_1 / \sin \gamma$. Cette approximation ne se réduit pas simplement à supposer θ petit, puisqu'elle met également en jeu l'angle γ . De la même manière, en mode hybride, $k_z \tan \gamma'$ a été négligé devant $k_1 / \cos \gamma'$, ce qui a permis d'écrire l'équation de dispersion approchée d'où sont tirées les équations du col ; cette dernière approximation, dépendant de γ' , ne peut donc se réduire à supposer θ voisin de $\pi/2$.

Le but de la présente annexe est de présenter une discussion de ces deux approximations.

A.7 Etude en mode plasma

Nous supposons $W=0$, ce qui allège considérablement les calculs, sans réduire notablement la portée de la discussion. (3-51) s'écrit :

$$k_1^2 = \frac{1}{A^2} k_z^2 (\omega^2 + \omega_{po}^2 \frac{x_3}{H} - \omega_{po}^2) - 3 \frac{k_z^4 v_o^2}{A^2}$$

qui devient, en éliminant k_z par (4-2) :

$$k_x^2 = -k_2^2 + \frac{1}{A^2} \left(\frac{k_1}{\sin \gamma} - k_x \cot \gamma \right)^2 (\omega^2 + \omega_{po}^2 \frac{x_3}{H} - \omega_{po}^2) - \frac{3v_o^2}{A^2} \left(\frac{k_1}{\sin \gamma} - k_x \cot \gamma \right)^4$$

or $k_x = x_3 \sin \gamma$ avec $x_3 = k_3 - k_1 \cot \gamma$

d'où :

$$x_3^2 = \left[-k_2^2 + \frac{1}{A^2} \left(\frac{k_1}{\sin \gamma} - x_3 \cos \gamma \right)^2 (\omega^2 + \omega_{po}^2 \frac{x_3}{H} - \omega_{po}^2) - \frac{3v_o^2}{A^2} \left(\frac{k_1}{\sin \gamma} - x_3 \cos \gamma \right)^4 \right] / \sin^2 \gamma$$

Cette expression s'écrit, en désignant par $P_4(x_3)$ son second membre, polynôme du quatrième degré en x_3 :

$$x_3^2 = P_4(x_3) \quad (A-26)$$

L'équation approchée (4-13), sur laquelle repose, au chapitre 4, l'étude des échos obliques, n'est autre que

$$x_3^2 = P_4(0) \quad (A-27)$$

L'approximation adoptée dans cette étude revient à approcher par son premier terme le développement en série de TAYLOR suivant, qui représente exactement le polynôme $P_4(x_3)$:

$$P_4(x_3) = \sum_{j=0}^4 \frac{x_3^j}{j!} \left[d^j P_4(x_3) / (dx_3)^j \right]_{x_3=0} \quad (A-28)$$

Supposons que, dans un domaine $\{x_3 \in D_X ; x_3 \in D_X\}$, existe $\sigma > 0$, indépendant de x_3 , x_3 et j (≤ 4), et tel que :

$$\left| \frac{x_3 d^{j+1} P_4(0) / dx_3^{j+1}}{(j+1) d^j P_4(0) / dx_3^j} \right| < \sigma \ll 1 \quad (A-29)$$

Alors les termes successifs du développement (A-28) sont $P_4(0)$ et des termes respectivement inférieurs en module à $|P_4(0)|\sigma$, $|P_4(0)|\sigma^2$, $|P_4(0)|\sigma^3$. La solution approchée x_3^0 , définie par (A-27), diffère donc de la racine exacte x_3 de (A-26), par une quantité petite, d'ordre σ , ce qui s'écrit :

$$\left| \frac{x_3 - x_3^0}{x_3^0} \right| = O(\sigma) \quad (A-30)$$

Comme dans notre problème d'échos, les rayons passent $x_3 = x_R$, il faut que $x_R \in D_X$; mais en x_R on ne peut satisfaire (A-29) pour $j = 0$ car $P_4(0)$ s'annule en $x_3 = x_R$. Pour $x_3 \approx x_R$, x_3^0 étant la racine de l'équation obtenue en remplaçant, dans (A-26), $P_4(x_3)$ par les deux premiers termes de (A-28), à savoir :

$$x_3^2 = P_4(0) + x_3 P_4'(0)$$

l'erreur relative commise en adoptant la racine x_3^0 est

$$\left| \frac{x_3^0 - x_3}{x_3} \right| = \left| \frac{x_3^0 - x_3^1}{x_3} \right| + O(\sigma) = E_0 + O(\sigma) \quad (A-31)$$

L'erreur relative E_0 vaut 1 pour $x_3 = x_R$, en conséquence de l'annulation de $P_4(0)$ en x_R . Les diverses valeurs de x_3 ont, sur les équations du col, une influence pondérée par l'intégration I . I_0 étant la valeur adoptée pour I au chapitre 4 et I_1 celle qui provient de l'adoption de x_3^1 comme racine de (A-26), plutôt qu'à E_0 , nous nous intéresserons à l'erreur E_1 définie par

$$E_1 = \left| \frac{I_0 - I_1}{I_1} \right| \quad (A-32)$$

et dont on peut déjà dire qu'elle est de l'ordre de l'unité si l'intégration est limitée à un petit voisinage de X_R , ce qui, en vertu de l'inégalité (3-20), n'est d'ailleurs pas le cas. Il nous faut maintenant calculer I_1 .

D'après (4-13) et (4-14) on a

$$I_1 = k_1 X_3 \cotg \gamma + \int_{OX_3} X_3^1(X_3) dX_3 \quad (A-33)$$

or

$$X_3^1 = \frac{1}{2} P_4'(0) + \epsilon \left\{ \frac{1}{4} [P_4'(0)]^2 + P_4(0) \right\}^{1/2} \quad (A-34)$$

après quelques calculs on obtient :

$$P_4(0) = \left(\frac{\omega_{po} k_1}{A \sin^2 \gamma} \right)^2 \frac{X_3 - X_R}{H} \quad (A-35)$$

et

$$P_4'(0) = -2 \frac{\omega_{po}^2}{A^2} k_1 \cotg \gamma \left(\frac{X_3 - X_R}{H} - \lambda \right) / \sin^2 \gamma \quad (A-36)$$

en posant

$$\lambda = \left(\frac{A k_2 \sin \gamma}{\omega_{po} k_1} \right)^2 - 3 \left(\frac{k_1 v_0}{\sin \gamma \omega_{po}} \right)^2 \quad (A-37)$$

L'expression $\frac{1}{4} [P_4'(0)]^2 + P_4(0)$ est un polynôme du second degré en X_3 :

$$\frac{1}{4} [P_4'(0)]^2 + P_4(0) = \left(\frac{\omega_{po} k_1}{A \sin^2 \gamma} \right)^2 \left[\frac{X_3 - X_R}{H} + \frac{\cos^2 \gamma}{\sin^2 \gamma} \left(\frac{X_3 - X_R}{H} - \lambda \right)^2 \right] \quad (A-38)$$

dont les racines sont X_E et X_P , données par

$$\frac{X_E - X_R}{H} = \left\{ -(1 - 2\lambda \cotg^2 \gamma) + \left[(1 - 2\lambda \cotg^2 \gamma)^2 - 4\lambda^2 \cotg^4 \gamma \right]^{1/2} \right\} / 2 \cotg^2 \gamma \quad (A-39)$$

$$\frac{X_P - X_R}{H} = \left\{ -(1 - 2\lambda \cotg^2 \gamma) - \left[(1 - 2\lambda \cotg^2 \gamma)^2 - 4\lambda^2 \cotg^4 \gamma \right]^{1/2} \right\} / 2 \cotg^2 \gamma \quad (A-40)$$

On peut vérifier que, pour k_1 et k_2 solutions des équations du col, λ , défini par (A-37), est positif ou négatif et tel que $|\lambda| \ll 1$. Alors,

$$X_E = X_R + H \left[-\frac{1}{4} \lambda^2 \cotg^2 \gamma + O(\lambda^3 \cotg^4 \gamma) \right] \quad (A-41)$$

$$X_P = X_R - H / \cotg^2 \gamma + \frac{1}{4} H \lambda^2 \cotg^2 \gamma + H O(\lambda^3 \cotg^4 \gamma) \quad (A-42)$$

D'autre part, pour $\gamma \rightarrow \pi/2$, $X_E \rightarrow X_R$ et $X_R \rightarrow -\infty$. L'introduction de X_E et X_P donne

$$X_1^3 = \frac{\omega_{po}}{A} k_1 \frac{\cotg \gamma}{\sin^2 \gamma} \left\{ - \frac{\omega_{po}}{A} \left(\frac{X_3 - X_R}{H} - \lambda \right) + \frac{\varepsilon}{H} \left[(X_3 - X_E) (X_3 - X_P) \right]^{1/2} \right\} \quad (A-43)$$

d'où, pour les échos obliques

$$\begin{aligned} I_1 &= k_1 X_3 \cotg \gamma + \frac{\omega_{po} k_1}{A \sin^2 \gamma} \cotg \gamma \left\{ - \frac{\omega_{po}}{A} \int_0^{X_3} \left(\frac{X_3 - X_R}{H} - \lambda \right) dX_3 + \frac{\varepsilon}{H} [Q(0) + Q(X_3)] (-X_P)^{1/2} \right\} \\ &= k_1 X_3 \cotg \gamma \left[1 + \frac{\omega_{po}^2}{A^2 \sin^2 \gamma} \left(\lambda + \frac{X_R}{H} - \frac{X_3}{2H} \right) \right] + \varepsilon \frac{(-X_P)^{1/2}}{H} \frac{\omega_{po}}{A} k_1 \frac{\cotg \gamma}{\sin^2 \gamma} [Q(0) + Q(X_3)] \end{aligned} \quad (A-44)$$

où on a introduit la fonction

$$Q(X) = \int_X^{X_E} (-X_P)^{-1/2} \left[(X_3 - X_E) (X_3 - X_P) \right]^{1/2} dX_3 \quad (X_3 > X_E > X_P) \quad (A-45)$$

on rappelle que

$$I_0 = k_1 X_3 \cotg \gamma + \varepsilon \frac{\omega_{po}}{A} k_1 \frac{2 \left[(-X_R)^{3/2} + (X_3 - X_R)^{3/2} \right]}{3 H^{1/2} \sin^2 \gamma} \quad (A-46)$$

Après quelques calculs, on obtient :

$$\begin{aligned} Q(X) &= \frac{(X_E - X_P)^2}{4 (-X_P)^{1/2}} \left\{ \frac{1}{2} \ln \left(1 + \frac{X}{-X_P} \right) - \frac{1}{2} \ln \left(1 + \frac{X_E}{-X_P} \right) + \ln \left[1 - \left(\frac{X - X_E}{-X_P} \right)^{1/2} \left(1 + \frac{X}{-X_P} \right)^{-1/2} \right] \right\} \\ &+ \frac{X_E + X_P - 2X}{4 (-X_P)^{1/2}} \left[(X - X_E) (X - X_P) \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (A-47)$$

Les inégalités $|X/X_E| \ll 1$ et $|X/X_P| \ll 1$, qui résultent de (4-36), permettent de donner une expression approchée de $Q(X)$ à l'aide de développements limités : on obtient ainsi, après d'assez longs calculs intermédiaires :

$$Q(X) = \frac{2}{3} (X - X_E)^{3/2} \left[1 - \frac{1}{10} \frac{2X_E + 3X}{(-X_P)} + o\left(\frac{X_E}{X_P}\right) \right]^2 \quad (A-48)$$

Cette expression, substituée dans (A-44), donne la valeur de I_1 . L'inégalité $|X_E/X_P| \ll 1$ a été utilisée. Cette inégalité résulte de (A-41), (A-42), du fait que $|X_R/H| \ll 1$ (cette dernière résultant de la discussion du paragraphe 2-2) et

enfin de l'hypothèse que, γ n'étant pas voisin de zéro, $\cotg^2 \gamma$ est inférieur à l'unité ou de l'ordre de cette valeur. On vérifie que I_1 tend bien vers I_0 lorsque γ tend vers $\pi/2$. Les résultats qui précèdent permettent de calculer I_1 , I_0 , donc l'erreur cherchée E_1 . On peut obtenir une expression analytique de cette erreur à l'aide des développements limités (A-41) et (A-42) ; le résultat est une expression de premier ordre par rapport aux quantités $\cotg^2 \gamma \cdot X_R/H$, $\cotg^2 \gamma \cdot \lambda^2 H/X_R$, X_3/H , X_R/H et λ . Cette erreur reste en pratique petite tant que $\cotg \gamma$ ne dépasse pas quelques unités.

A.8 Etude en mode hybride

Une étude tout à fait parallèle à la précédente a été réalisée dans le cas du mode hybride et constitue l'essentiel de l'annexe de l'article (GRAFF, 1971). Nous ne reproduisons pas ici les calculs correspondants, nous bornant à signaler d'une part que l'article cité comporte des notations tout à fait cohérentes avec celles utilisées ici, d'autre part que dans la discussion de la validité des équations du col en mode hybride, l'angle $\pi/2 - \gamma'$ joue le même rôle que l'angle γ dans la discussion précédente.

